

**Geometria 1. I<sup>o</sup> Modulo. a.a. 00/01. Gruppo E-N**  
**Compito pomeridiano del 23/10/00**

**Esercizio 1.** Scrivere la matrice  $A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  che è combinazione lineare delle matrici

$$A_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}, \quad A_2 = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad A_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

con pesi rispettivamente 2, 1, -3.

**Esercizio 2.** Stabilire se le matrici  $A_1, A_2, A_3$  dell'esercizio precedente sono linearmente dipendenti.

**Esercizio 3.** Stabilire se la matrice

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -6 \end{vmatrix}$$

appartiene a  $\text{Span}(A_1, A_2, A_3)$ .

**Esercizio 4.** Vero o Falso :

- 4 vettori in  $\mathbb{R}^6$  sono sempre linearmente dipendenti
- 6 vettori in  $\mathbb{R}^4$  sono sempre linearmente dipendenti.
- 4 vettori in  $\mathbb{R}^6$  sono sempre linearmente indipendenti

Giustificare le risposte.

**Esercizio 5.** Siano  $A \in M_{1 \times 5}(\mathbb{R})$  e  $B \in M_{5 \times 1}(\mathbb{R})$  definite come segue:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & \sqrt{2} & 1 \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}.$$

Calcolare  $AB$  e  $BA$ .

**Esercizio 6.** Calcolare  $C = AB$  con

$$A = \begin{vmatrix} 9 & 1 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & \sqrt{3} & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}.$$

**Esercizio 7.** Si consideri il sistema omogeneo di 4 equazioni in 5 incognite

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - x_3 - x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

**7.1** Scrivere questo sistema utilizzando il prodotto righe per colonne.

**7.2** Sia  $\Sigma_0$  l'insieme delle soluzioni. Determinare  $k \in \mathbb{N}$  e  $k$  vettori in  $\mathbb{R}^5$  in modo tale che  $\Sigma_0 = \text{Span}(\underline{v}_1, \dots, \underline{v}_k)$ .

**Esercizio 8.** Si consideri il sistema non-omogeneo di 4 equazioni in 5 incognite

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 - x_3 - x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 3x_5 = 1 \end{cases}$$

**8.1** Scrivere il sistema utilizzando il prodotto righe per colonne. Verificare che il sistema è compatibile.

**8.2** Sia  $\Sigma$  l'insieme delle soluzioni. Scrivere  $\Sigma$  nella forma

$$\Sigma = \text{Span}(\underline{w}_1, \dots, \underline{w}_\ell) + \underline{\xi}_0$$

per un opportuno  $\ell \in \mathbb{N}$  e per opportuni vettori  $\underline{w}_1, \dots, \underline{w}_\ell, \underline{\xi}_0$  in  $\mathbb{R}^5$ .