

Geometria 1. I^o Modulo. a.a. 00/01. Gruppo E-N
Compito pomeridiano del 23/1/01

Esercizio 1. Sia $V = \mathbb{R}^3$ con base canonica fissata. Consideriamo l'applicazione lineare $F_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita dalla matrice:

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ -3 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

- 1.1. Determinare gli autovalori di F_A .
- 1.2. Determinare equazioni cartesiane per gli autospazi associati.
- 1.3. Per ogni autospazio determinare una base.
- 1.4. Verificare che esiste una base di \mathbb{R}^3 costituita da autovettori per F_A . Determinare esplicitamente una tale base. Questa base è unica ?
- 1.5. Scrivere la matrice associata a F_A nella base di cui in 1.4. (Utilizzate la definizione di matrice associata ad F_A in una base $\{\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3\}$; vi ricordo che questa è la matrice che ha come j -ma colonna le coordinate di $F_A(\underline{v}_j)$ nella base $\{\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3\}$.)
- 1.6 Determinare una matrice invertibile M tale che $M^{-1} A M$ sia diagonale.

Esercizio 2. Rifare l'Esercizio 1 ma per l'operatore $F_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito dalla matrice

$$\begin{vmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{vmatrix}.$$