

Algebra Lineare. a.a. 2004-05. Gruppo A-H. Prof. P. Piazza
Compito pomeridiano del 18/10/04

Esercizio 1. Utilizzando il metodo di Gauss, discutere il seguente sistema lineare quadrato:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + y + 4z = 2 \\ 3x - 3y + z = 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Utilizzando il metodo di Gauss, studiare al variare di t ed s in \mathbb{R} le soluzioni di

$$\begin{cases} 3x + sy + z = 1 \\ x - y + sz = -2 \\ 4x - 3y - z = t \end{cases}$$

Esercizio 3. Abbiamo dimostrato in classe che ogni sistema lineare quadrato è equivalente ad un sistema triangolare superiore.

Dare la definizione di sistema lineare triangolare *inferiore*. Dimostrare che ogni sistema quadrato è equivalente ad un sistema triangolare inferiore.¹

Esercizio 4. Sia $A\underline{x} = \underline{b}$ un sistema lineare quadrato, con A matrice $n \times n$. Supponiamo che A sia *non singolare*. Verificare che il sistema $A\underline{x} = \underline{b}$ è equivalente ad un sistema diagonale $\text{Id}_n \underline{x} = \underline{c}$ con Id_n la matrice identità:

$$\text{Id}_n = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix},$$

e dunque al sistema banale $\underline{x} = \underline{c}$. *Suggerimento:* fare uso dell'esercizio 3.

Esercizio 5. Applicare il procedimento messo a punto nell'esercizio 4 al sistema dell'esercizio 1; risolvere nuovamente tale sistema.

¹*Suggerimento:* utilizzare una riduzione di Gauss "a salire", partendo dall'ultima colonna.