Geometria 1. I^0 Modulo. a.a. 00/01. Gruppo E-N
Compito pomeridiano del 17/10/00

Istruzioni per l'uso. Sparpagliatevi massimizzando la distanza; partendo dalla prima fila occupate solo le file dispari, lasciando libere quelle pari. Sfruttate il *tutor*. Lavorate da soli (lavorare in coppia o in gruppo è più divertente ma **molto** meno istruttivo). Se vi bloccate seriamente su un esercizio, ad un certo punto passate a quello seguente. Siate rapidi ed efficienti. Consultate gli appunti oppure il libro di testo, nessun esercizio presuppone una pensata geniale.

Esercizio 1.

1.1 Decidere se il seguente sistema di 4 equazioni in 5 incognite è compatibile ed in caso affermativo determinarne la soluzione

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_5 = 0 \end{cases}$$

1.2 Determinare il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 2. Verificare che i due sistemi seguenti sono equivalenti:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = -1 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 - x_5 = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

Giustificare la risposta.

Esercizio 3. Al variare di $t \in \mathbb{R}$ stabilire se i seguente sistemi di 3 equazioni in 3 incognite sono compatibili ed in caso affermativo determinarne la soluzione:

$$\begin{cases} x_1 - tx_2 + tx_3 = 1 \\ x_1 - tx_2 = 0 \\ -x_1 + (t+3)x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + tx_2 = 0 \\ x_1 + (t+1)x_2 + x_3 = 1 \\ tx_1 + 2x_2 + (t+2)x_3 = \sin^2 t - t^2 + 2 \end{cases}$$

Esercizio 4. Vero o falso (la matrice dei coefficienti è sempre per ipotesi non tutta nulla):

- un sistema omogeneo è sempre compatibile.

- un sistema omogeneo di 4 equazioni in 12 incognite ammette sempre soluzioni e queste dipendono almeno da 8 parametri.
- un sistema omogeneo di 4 equazioni in 12 incognite ammette sempre soluzioni e queste dipendono esattamente da 8 parametri.
- un sistema di 2 equazioni in 4 incognite ammette sempre soluzioni e queste dipendono almeno da 2 parametri.
- un sistema omogeneo di 4 equazioni in 2 incognite ammette sempre soluzioni e queste dipendono da almeno 2 parametri.
- un sistema omogeneo di 4 equazioni in 2 incognite ammette sempre soluzioni e queste dipendono esattamente da 2 parametri.

Esercizio 5. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ verificare che i vettori

$$\underline{f}_1 = (2,2,2), \quad \underline{f}_2 = (-1,2,1), \quad \underline{f}_3 = (-1,-2,1)$$

sono linearmente indipendenti.