

Algebra Lineare. Gruppo I-Z. Prof. P. Piazza

Compito pomeridiano del 11/12/02

Esercizio 1. Sia $F_A : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^5$ l'applicazione lineare definita dalla matrice:

$$A = \begin{vmatrix} 9 & 1 & 4 & \pi & 0 \\ 0 & 2 & \sqrt{2} & -1 & \pi^2 \\ 0 & 0 & \sqrt{3} & 2 & e \\ 0 & 0 & 0 & -7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

(1.1) Determinare la dimensione dell'immagine di F_A . Dire se F_A è iniettiva.

(1.2) Dire se F_A è diagonalizzabile.

Esercizio 2. Spazio vettoriale \mathbb{R}^2 con base canonica $\{\underline{e}_1, \underline{e}_2\}$ fissata. Sia $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'applicazione *lineare* che ammette il sottospazio $\mathbb{R}(1, 1)$ come autospazio associato all'autovalore $\lambda_1 = -2$ e il sottospazio $\mathbb{R}(-1, 0)$ come autospazio associato all'autovalore $\lambda_2 = 3$.

(2.1) Spiegare perché F è univocamente determinata dalle condizioni date.

(2.2) Determinare la matrice associata ad F nella base canonica.

(2.3) Dire se tale matrice è diagonalizzabile.

Esercizio 3. Sia

$$A = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}.$$

Calcolare A^{1224} .

Suggerimento: verificate prima che A è diagonalizzabile; trovate una matrice diagonalizzante ed applicate poi l'osservazione fatta in classe Martedì 10/12.

Esercizio 4. Sia

$$A = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

Studiare la diagonalizzabilità di A su \mathbb{R} e su \mathbb{C} . Nel caso diagonalizzabile trovare una matrice diagonale coniugata a A ; trovare anche una matrice diagonalizzante.

Esercizio 5.¹ Due delle matrici

$$A_1 = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_4 = \begin{vmatrix} 5/2 & 1/8 \\ 2 & 5/2 \end{vmatrix}$$

$$A_5 = \begin{vmatrix} 3/2 & 1 \\ -1 & -1/2 \end{vmatrix}$$

sono coniugate: dire quali e giustificare la risposta.

¹da fare a casa se non c'è tempo