

**Algebra Lineare. a.a. 02/03. Gruppo I-Z. Prof. P. Piazza**  
**Compito pomeridiano del 9/10/02**

**Istruzioni per l'uso.** Sparpagliatevi massimizzando la distanza; partendo dalla prima fila occupate solo le file dispari, lasciando libere quelle pari. Lavorate da soli (lavorare in coppia o in gruppo è più divertente ma **molto** meno istruttivo). Siate rapidi ed efficienti. Consultate gli appunti oppure il libro di testo, nessun esercizio presuppone una pensata geniale.

**MOLTO IMPORTANTE:** sfruttate al massimo la presenza del *tutor*, chiedendo chiarimenti, suggerimenti etc...

**Esercizio 0.** (Esercizio dato in classe l'8/10/02). Decidere se il seguente sistema di 4 equazioni in 4 incognite è compatibile ed in caso affermativo determinare l'insieme delle soluzioni

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - 4x_4 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 + 11x_3 + 4x_4 = 1 \end{cases}$$

**Esercizio 1.**

1.1. Risolvere il seguente sistema di 4 equazioni in 5 incognite

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_5 = 0 \end{cases}$$

1.2 Determinare il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 2.** Verificare che i due sistemi seguenti sono equivalenti:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = -1 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 - x_5 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

Giustificare la risposta.

**Esercizio 3.** Al variare di  $t \in \mathbb{R}$  stabilire se i seguente sistemi di 3 equazioni in 3 incognite sono compatibili ed in caso affermativo determinarne la soluzione:

$$\begin{cases} x_1 - tx_2 + tx_3 = 1 \\ x_1 - tx_2 = 0 \\ -x_1 + (t+3)x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + tx_2 = 0 \\ x_1 + (t+1)x_2 + x_3 = 1 \\ tx_1 + 2x_2 + (t+2)x_3 = \sin^2 t - t^2 + 2 \end{cases}$$

**Esercizio 4.** Vero o falso (la matrice dei coefficienti è sempre per ipotesi non tutta nulla):

- un sistema di 4 equazioni in 12 incognite ammette sempre soluzioni e queste dipendono da almeno 8 parametri.
- un sistema di 4 equazioni in 12 incognite ammette sempre soluzioni e queste dipendono da esattamente 8 parametri.
- se un sistema di 4 equazioni in 12 incognite ammette soluzioni, allora queste dipendono esattamente da 8 parametri.
- se un sistema di 4 equazioni in 12 incognite ammette soluzioni, allora queste dipendono da almeno 8 parametri.