Geometria 1. I^0 Modulo. a.a. 00/01. Gruppo E-N
Compito pomeridiano del 7/11/00

Esercizio 1. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ si consideri il sottospazio $W = \mathrm{Span}(\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4)$ con

$$\underline{v}_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{vmatrix}, \ \underline{v}_2 = \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \\ -6 \\ -4 \end{vmatrix}, \ \underline{v}_3 = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{vmatrix}, \ \underline{v}_4 = \begin{vmatrix} 3 \\ -2 \\ 8 \\ 5 \end{vmatrix}$$

Determinare una base di W.

Esercizio 2. Nello spazio vettoriale $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ si considerino i sottoinsiemi

$$W_0 = \{ \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \text{ tali che } ad - bc = 0\}$$

$$W_1 = \{ \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \text{ tali che } ad - bc = 1\}$$

Stabilire se W_0, W_1 sono sottospazi di $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$.

Esercizio 3. Nello spazio vettoriale $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ si consideri il sottoinsieme

$$W = \{ \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \text{ tali che } a + b + c = 0\}$$

Spiegare perché W è un sottospazio. Determinare una base di W.

Esercizio 4. Sia $\mathbb{R}_3[x]$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale a tre. Si consideri il sottoinsieme

$$W = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(1) = 0\}$$

Stabilire se W è un sottospazio. Stesso esercizio per

$$U = \{q(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid q(2) = 4\}.$$

Esercizio 5. Sia $V = \mathbb{R}[x]$ e sia $p(x) = 1 + x + x^2 + 5x^4$. Consideriamo $q(x) = x^2 + 5x^4$. Stabilire se $q(x) \in \mathrm{Span}(p)$.

Esercizio 6. Sia $\mathbb{C}_{\mathbb{R}}$ lo spazio vettoriale che ha come insieme di vettori i numeri complessi e come campo degli scalari i numeri reali. Verificare che la dimensione di $\mathbb{C}_{\mathbb{R}}$ è uguale a due. (Suggerimento: considerare i vettori 1 e i...).