

**ALGEBRA I: TERZA ESERCITAZIONE**  
**7 aprile 2011**

**Esercizio 1.** Calcolare, quando possibile, una soluzione per le seguenti equazioni diofantee

*i.*  $14x + 23y = 12;$

*ii.*  $14x + 24y = 9.$

**Esercizio 2.** Risolvere, se possibile, il seguente sistema di equazioni congruenziali lineari

$$\begin{cases} 5X \equiv 2 \pmod{6} \\ 3X \equiv -2 \pmod{8}. \end{cases}$$

**Esercizio 3.** Calcolare l'ultima cifra decimale di  $321123^{123321}$ .

**Esercizio 4.** Determinare, motivando la risposta, la cardinalità dell'insieme  $X$  nei seguenti casi:

*i.*  $X = \{x \in \mathbb{R} \mid \pi \cdot x \in \mathbb{Q}\};$                       *ii.*  $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \pi \cdot x \in \mathbb{Q}\};$

*iii.*  $X = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\} \mid f \text{ suriettiva}\}.$

**Esercizio 5.** Determinare i divisori dello zero dell'anello  $(\mathbb{Z}_{36}, +, \cdot).$

**Esercizio 6.** Trovare l'insieme  $A \cap B$  per

*i.*  $A = \{14t + 1 : t \in \mathbb{Z}\}$  e  $B = \{24t + 10 \mid t \in \mathbb{Z}\};$

*ii.*  $A = \{14t + 3 : t \in \mathbb{Z}\}$  e  $B = \{24t + 15 \mid t \in \mathbb{Z}\}.$