

ALGEBRA I: TERZA ESERCITAZIONE
7 aprile 2011

Esercizio 1. Calcolare, quando possibile, una soluzione per le seguenti equazioni diofantee

i. $14x + 23y = 12;$

ii. $14x + 24y = 9.$

Esercizio 2. Risolvere, se possibile, il seguente sistema di equazioni congruenziali lineari

$$\begin{cases} 5X \equiv 2 \pmod{6} \\ 3X \equiv -2 \pmod{8}. \end{cases}$$

Esercizio 3. Calcolare l'ultima cifra decimale di 321123^{123321} .

Esercizio 4. Determinare, motivando la risposta, la cardinalità dell'insieme X nei seguenti casi:

i. $X = \{x \in \mathbb{R} \mid \pi \cdot x \in \mathbb{Q}\};$ *ii.* $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \pi \cdot x \in \mathbb{Q}\};$

iii. $X = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\} \mid f \text{ suriettiva}\}.$

Esercizio 5. Determinare i divisori dello zero dell'anello $(\mathbb{Z}_{36}, +, \cdot).$

Esercizio 6. Trovare l'insieme $A \cap B$ per

i. $A = \{14t + 1 : t \in \mathbb{Z}\}$ e $B = \{24t + 10 \mid t \in \mathbb{Z}\};$

ii. $A = \{14t + 3 : t \in \mathbb{Z}\}$ e $B = \{24t + 15 \mid t \in \mathbb{Z}\}.$