

Corso di Dottorato. Anno accademico 00/01.
"Il teorema dell'indice di Atiyah-Singer".
Paolo Piazza

Lo scopo di questo corso è quello di illustrare la formula di Atiyah-Singer per l'indice degli operatori di Dirac generalizzati su una varietà compatta e chiusa. Il corso si divide in 4 parti:

- Parte I. Viene spiegato l'enunciato del teorema e la Matematica che ci sta dietro (fibrati vettoriali, connessioni, curvatura, classi caratteristiche, moduli di Clifford, operatori di Dirac generalizzati, varietà spin, varietà spin_c).
- Parte II. Si affronta la parte analitica del corso (equazione del calore per Laplaciani generalizzati, operatore di Green, teorema di Hodge, dualità di Poincaré, formula di McKean-Singer).
- Parte III. Viene illustrata la dimostrazione della formula di Atiyah-Singer per operatori di Dirac seguendo l'approccio di Getzler.
- Parte IV. Vengono presentate alcune fra le numerosissime applicazioni (teorema di Chern-Gauss-Bonnet, teorema della segnatura di Hirzebruch, integralità del genere \hat{A} di una varietà spin, questioni di esistenza per metriche a curvatura scalare positiva, teorema di Riemann-Roch-Hirzebruch (con mini-corso sulla coomologia a valori in un fascio)). Se ci sarà tempo (ma ne dubito), vedremo anche il ruolo della formula di Atiyah-Singer nel calcolo della dimensione di importanti spazi di moduli (Donaldson, Seiberg-Witten, curve pseudo-olomorfe di Gromov).

Fra le varie dimostrazioni esistenti (e con quelle dei fisici teorici arriviamo a una decina !) ho scelto quella di Getzler perché è la più diretta e soprattutto perché minimizza i prerequisiti di analisi e di topologia algebrica. Il corso è quindi adatto a chiunque abbia familiarità con le nozioni di varietà differenziabile, spazio tangente, campi di vettori, forme differenziali, coomologia di de Rham, spazi L^2 .

Il corso inizia il **7 Novembre 2000** e finisce il 26 Gennaio 2001. Il mese di Febbraio sarà dedicato a seminari di approfondimento, soluzione di esercizi, etc...

Orario: Martedì (Aula G) dalle 14 alle 16 e Venerdì (Aula Picone), dalle 17 alle 19.