**Corso di Laurea in Fisica. a.a. 2023-24.**
**Geometria. Canale 3.**
**Compito a casa del 7/12/23.**

### Esercizi sul prodotto scalare in $\mathcal{V}_O$

Consideriamo lo spazio vettoriale $\mathcal{V}_O^3 \equiv \mathcal{V}_O$ con base ortonormale $\{\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}\}$ fissata e coordinate associate $(x, y, z)$. Fate riferimento alle brevi note che ho caricato sulla pagina web del corso. Un vettore $\underline{v}$ verrà denotato tramite le sue coordinate.

**Esercizio 1.** Sia $W = \mathrm{Span}(\underline{w})$ con $\underline{w}$ di coordinate $(1, -1, 1)$ rispetto alla base ortonormale fissata di $\mathcal{V}_O$. Determinare le coordinate dei due versori di questa retta. Determinare il versore di questa retta che forma un angolo acuto con il vettore $\underline{j}$ della base fissata.

**Esercizio 2.** Sia $W \leq \mathcal{V}_O$ la retta vettoriale di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$

Determinare i vettori di $W$ che hanno lunghezza uguale a 2.

**Esercizio 3.** Consideriamo il piano vettoriale $\sigma$ di equazione cartesiana

$$x + 2y - z = 0$$

(i) Verificare che i vettori

$$\underline{f}_1 = (\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}}, 0) \qquad \underline{f}_2 = (\frac{1}{\sqrt{30}}, \frac{2}{\sqrt{30}}, \frac{5}{\sqrt{30}})$$

costituiscono una base *ortonormale* di $\sigma$.
(ii) Decomporre il vettore $\underline{u} = (0, 1, 2)$ del piano $\sigma$ nella somma $\underline{u} = \underline{u}_1 + \underline{u}_2$ con $\underline{u}_1 \in \mathrm{Span}(\underline{f}_1)$ e $\underline{u}_2 \in \mathrm{Span}(\underline{f}_2)$. (Leggere attentamente le mie note....).

**Esercizio 4.** Spazio vettoriale metrico $\mathcal{V}_O$ con base ortonormale $\{\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}\}$ fissata e coordinate associate $(x, y, z)$. Un vettore $\underline{v}$ verrà denotato tramite le sue coordinate. Applicare il procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt alla seguente base di $\mathcal{V}_O$:

$$\underline{w}_1 = (1, 1, 0)\,, \quad \underline{w}_2 = (0, 1, 0)\,, \quad \underline{w}_3 = (0, 0, 2)\,.$$