Geometria. Laurea in Fisica. a.a. 2020-2021

Tutti i canali.

Esame scritto del 12/07/2021.

Nome e Cognome: ____________________

email istituzionale: ____________________

Esercizio	Punti totali	Punteggio
1	12	
2	12	
3	12	
Totale	36	

ATTENZIONE:

- DURATA: 1 ORA E 30 MINUTI.
- I COMPITI DISORDINATI O POCO LEGGIBILI NON SARANNO NEANCHE CORRETTI
- POTETE UTILIZZARE IL RETRO DELLA PAGINA SE AVETE BISOGNO DI SPAZIO
- **GIUSTIFICATE LE VOSTRE ARGOMENTAZIONI**
- SCRIVETE LE RISPOSTE FINALI NEGLI APPOSITI RIQUADRI
- I FOGLI DI BRUTTA NON SARANNO ACCETTATI
- **TUTTI** I DISPOSITIVI ELETTRONICI DEVONO ESSERE **SPENTI**
- NON SONO AMMESSI LIBRI O APPUNTI AD ECCEZIONE DEL FORMULARIO.

Esercizio 1. Determinare l'espressione in coordinate canoniche (x, y, z) di $\mathbb{R}^3$ dell'unica applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

$$T\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad T\begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad T\begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}.$$

Determinare poi una base per l'immagine di T.
Spiegare perché l'applicazione T è unica.

Soluzione:

Risposta:

Esercizio 2. Si consideri l'operatore lineare $L_A \colon \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ definito dalla matrice

$$A = \begin{vmatrix} 1 & i & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & i & 1 \end{vmatrix}.$$

Determinare lo spettro di L_A e, se esiste, una base di $\mathbb{C}^3$ composta da autovettori di L_A.

Soluzione.

Risposta:

Esercizio 3. Sia $b\colon \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ la forma bilineare simmetrica definita sui vettori colonna di $\mathbb{R}^3$ tramite la formula

$$b(v, w) = \operatorname{tr}\big(v \cdot w^t\big).$$

Determinare indici di nullità, positività e negatività di b, segnatura di b e una base b-ortonormale $\mathcal{B}$ per il complemento ortogonale $U^{\perp_b}$ rispetto a b del sottospazio $U = \{(x, y, z)^t \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\}$. Completare infine $\mathcal{B}$ a una base b-ortogonale di $\mathbb{R}^3$.

Soluzione:

Risposta: