

Esercizio 1. Nel piano affine complesso $A^2(\mathbb{C})$ è data la curva algebrica \mathcal{C}_A di equazione $X + Y + Y^4 = 0$.

1. Scrivere l'equazione della curva algebrica \mathcal{C} in $P^2(\mathbb{C})$ ottenuta per chiusura proiettiva rispetto a X_0 .
2. Scrivere l'equazione della curva algebrica in $A^2(\mathbb{C}) = P^2(\mathbb{C}) \setminus H_1$, $H_1 = \{X_1 = 0\}$, ottenuta per deomogenizzazione di \mathcal{C} rispetto a X_1 .
3. Verificare che \mathcal{C} ammette un unico punto singolare S ; determinare la molteplicità di S .
4. Scrivere l'equazione di ogni tangente principale in S e per ognuna di esse la relativa molteplicità d'intersezione con la curva nel punto S . (*Suggerimento*: può essere utile utilizzare il punto **2**.)
5. Scrivere l'equazione dell'Hessiana \mathcal{H} associata a \mathcal{C} . Dimostrare che \mathcal{C} ha un unico punto di flesso F .
6. Scrivere l'equazione cartesiana della tangente di flesso in F , τ , e determinare $I(\mathcal{C}, \tau; F)$.