

Esercizio 5. Si consideri nel piano euclideo E^2 , con riferimento standard fissato e coordinate cartesiane (x, y) la conica \mathcal{C} di equazione cartesiana

$$5X^2 + 7Y^2 + 2\sqrt{3}XY + 8(\sqrt{3} - 1)X - 8(\sqrt{3} + 1)Y + 20 = 0$$

1. Determinare una conica euclidea canonica \mathcal{D} ed un'isometria $\psi : E^2 \rightarrow E^2$ tali che $\mathcal{C} = \psi(\mathcal{D})$.
2. Disegnare schematicamente la conica \mathcal{C} . Disegnare la conica \mathcal{D} . Individuare un nuovo riferimento cartesiano nel quale la conica \mathcal{C} abbia forma canonica. Riportate il nuovo riferimento nel vostro disegno.
3. Dall'analisi fatta in **1** segue che la conica è a centro: determinare esplicitamente l'equazione cartesiana della retta contenente i fuochi.
4. Stabilire se esiste una retta r in E^2 con la proprietà che la simmetria ortogonale rispetto a questa retta, ρ_r , trasformi \mathcal{C} in se stessa. In caso affermativo determinare tale retta.