

Matematica III
Proff Alberto De Sole e Paolo Piazza
Primo esonero. 07-11-2018.

Nome e Cognome: _____

Numero di Matricola : _____

email: _____

Esercizio	Punti totali	Punteggio
1	6	
2	6	
3	6	
4	6	
5	6	
Totale	30	

ATTENZIONE:

- I COMPITI DISORDINATI O POCO LEGGIBILI NON SARANNO NEANCHE CORRETTI
 - GIUSTIFICATE LE VOSTRE ARGOMENTAZIONI
 - SCRIVETE LE RISPOSTE NEGLI APPOSITI RIQUADRI
 - I FOGLI DI BRUTTA NON SARANNO ACCETTATI
 - TUTTI I DISPOSITIVI ELETTRONICI (SMARTPHONES, TABLETS, TELEFONINI ETC ...)
- DEVONO ESSERE SPENTI E IN BORSA
- NON SONO AMMESSI LIBRI O APPUNTI.

Esercizio 1. Consideriamo la funzione di due variabili

$$f(x, y) = \frac{\log(x^2 + y^2 - 4)}{xy}.$$

1. Determinare l'insieme di definizione di f .
2. Disegnare l'insieme di definizione nel piano cartesiano.
3. Vero o Falso: il punto $(2, 3, \log(9)^{1/6})$ appartiene al grafico.
4. Dire se l'insieme di definizione è un insieme aperto oppure chiuso oppure né aperto né chiuso.
5. Dire se l'insieme di definizione è limitato/illimitato.
6. Dire se l'insieme di definizione è connesso/non-connesso.

Soluzione:

Risposta:

1) $\text{Dom}(f) =$

2) Disegno

3) **Vero / Falso** (cerchiare la risposta corretta) 4) **Aperto / Chiuso / Né aperto né chiuso**

5) **Limitato / Illimitato** 6) **Connesso / Non connesso**

Esercizio 2. Consideriamo la funzione $f(x, y)$ definita come

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2 - 2xy^4}{x^2 + y^2} e^{\sin x} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1. Studiare la continuità di f in $(0, 0)$.
2. Studiare la differenziabilità di f in $(0, 0)$.

Soluzione:

Risposta:

- 1) f è continua in $(0, 0)$? **Si / No** 2) f è differenziabile in $(0, 0)$? **Si / No**

Esercizio 3.

Si consideri la funzione $f(x, y) = 2\sqrt{xy}$ con dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, y > 0\}$.

1. Determinare l'equazione del piano tangente nel punto del grafico corrispondente a $(1, 1) \in D$.
2. Calcolare la derivata direzionale di f nel punto $P = (1, 1)$ nella direzione $\underline{\lambda} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$:

$\frac{\partial f}{\partial \underline{\lambda}}(P)$. (Notazione equivalente: $\nabla_{\underline{\lambda}} f(P)$.)

Soluzione:

Risposta:

1) Piano tangente in P :

2) $\frac{\partial f}{\partial \underline{\lambda}}(P) =$

Esercizio 4. È data la funzione $f(x, y) = e^x(x - 1)(y - 1) + (y - 1)^2$ definita su tutto \mathbb{R}^2 .

1. Determinare i punti critici di f .

2. Studiare la loro natura (punto di massimo o minimo relativo, punto di sella).

Soluzione:

Risposta:

1) Punti critici:

2) Tipo di punti critici:

Esercizio 5. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x\}$.

1. Disegnare D nel piano cartesiano.

2. Calcolare l' integrale doppio

$$I = \iint_D \frac{x}{(1+y)^2} dx dy$$

Soluzione:

Risposta:

1) Disegno di D :



2) $I =$



(Pagina lasciata intenzionalmente vuota.)

(Pagina lasciata intenzionalmente vuota.)