Geometria

Canale 3. Lettere J-PE (Prof P. Piazza)

Secondo esonero. Compito A.

23/01/2014

Nome e Cognome: ____________________

Numero di Matricola: ____________________

Orale (cerchiare l'appello più probabile):

I orale (31/1/14) **II orale (14/2/14)**

Esercizio	Punti totali	Punteggio
1	6+1	
2	6	
3	6	
4	6	
5	7+1	
Totale	31+2	

ATTENZIONE: : **giustificate le vostre argomentazioni !**

Esercizio 1. Spazio vettoriale metrico $\mathbb{R}^3$ con prodotto scalare canonico.
Determinare la matrice associata nella base canonica all'operatore di proiezione ortogonale sul piano π di equazione cartesiana $x_1 - x_3 = 0$.
Facoltativo. Determinare la matrice associata nella base canonica all'operatore di simmetria ortogonale rispetto alla retta $\pi^\perp$

Soluzione:

Risposta:

Esercizio 2. Sia $RC(O, \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio euclideo $\mathcal{E}^3$ con coordinate associate (x, y, z). Si dia un'equazione cartesiana del piano che contiene il punto $P(1, 2, 3)$ ed è perpendicolare alla retta r definita dalle equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ 2x + y + 3z + 1 = 0. \end{cases}$$

Soluzione:

Risposta:

Esercizio 3. Sia $u \in \mathbb{R}$ e sia A_u la matrice

$$A(u) := \begin{vmatrix} 1 & u/2 & 1/2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & u & 1 \end{vmatrix}$$

Sia $T_u : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $A(u)$: $T_u := L_{A(u)}$. Studiare la diagonalizzabilità di T_u al variare di $u \in \mathbb{R}$.

Soluzione:

Risposta:

Esercizio 4. Consideriamo lo spazio vettoriale metrico $(\mathcal{V}_O, < , >)$, con $< \underline{v}, \underline{w} >= \ell(\underline{v})\ell(\underline{w})\cos(\widehat{\underline{v}\,\underline{w}})$. Fissiamo una base ortonormale $\{\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}\}$ e l'orientazione da essa definita. Sia $\underline{u}$ il vettore di coordinate

$$(1, 0, 1).$$

Sia $T : \mathcal{V}_{\mathcal{O}} \to \mathcal{V}_{\mathcal{O}}$ l'applicazione definita da

$$T(\underline{v}) = \underline{v} - < \underline{v}, \underline{u} > \underline{u} + \underline{u} \wedge \underline{v}\,.$$

(1) Spiegare perché T è *lineare*.
(2) Determinare la matrice associata a T nella base $\{\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}\}$
(3) Stabilire se T è un'isometria.

Soluzione:

Risposta:

Esercizio 5. Spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ con base canonica fissata. Consideriamo l'applicazione $b : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita dalla formula

$$b(\underline{x}, \underline{y}) = 3x_1y_1 - 5x_1y_3 - 5x_3y_1 - 2x_2y_2 + 3x_3y_3 .$$

(1) Spiegare perché b definisce una forma bilineare simmetrica. Stabilire se b è degenere o non-degenere.
(2) Calcolare indice di positività e negatività.
(3) Determinare una base di $\mathbb{R}^3$ che diagonalizzi la forma bilineare simmetrica b.
Facoltativo. Determinare equazioni cartesiane per un sottospazio U di dimensione 2 con la proprietà che la restrizione di b ad U sia definita negativa.

Soluzione:

Risposta: