

**Corso di Laurea in Fisica. Geometria. a.a. 2013-14. Canale 3.**  
**Prof. P. Piazza**  
**Compito a casa del 14/01/14 (ventunesimo compito)**

**Esercizio 1.** Si consideri il prodotto scalare su  $\mathbb{R}^4$  definito da

$$b(\underline{v}, \underline{w}) = v_1 w_3 + v_3 w_1 + v_2 w_3 + v_3 w_2.$$

- Scrivere  $b(\underline{v}, \underline{w})$  nella forma  $\underline{w}^T A \underline{v}$  per un'opportuna matrice simmetrica  $A$ .
- Determinare una base  $\mathcal{W} = \{\underline{w}_1, \underline{w}_2, \underline{w}_3, \underline{w}_4\}$  di  $\mathbb{R}^4$  che diagonalizzi questo prodotto scalare, tale cioè che

$$b(\underline{w}_i, \underline{w}_j) = 0 \quad \text{se } i \neq j.$$

- Scrivere esplicitamente la matrice associata a  $b(\cdot, \cdot)$  nella base  $\mathcal{W}$ .
- Leggere attentamente le definizioni 11.5 e 11.6 nel libro di testo.
- Decidere se  $b(\cdot, \cdot)$  è (semi) definito positivo, negativo oppure se indefinito. Decidere se è non-degenere.