

ALGEBRA 1 PB-Z

V. 13 IV 2012

Esercizio 1. Detta $\varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ la funzione di Eulero, si trovino i valori $\varphi(n)$ che essa assume allorché n appartiene a $\{37, 54, 111, 360\}$.

Esercizio 2. Risolvere le equazioni

$$\star_1 \quad 14X \equiv_{24} 2 \quad \star_2 \quad 18X \equiv_3 8 \quad \star_3 \quad 96X \equiv_6 24.$$

Esercizio 3. Siano $p \in \mathbb{Z}$ un primo e $a \in \mathbb{Z}$ un intero. Si mostri che per ogni $n \in \mathbb{N}$ risulta

$$a^{n(p-1)+1} \equiv_p a.$$

Esercizio 4. Dire se i seguenti elementi sono invertibili e, in caso affermativo, calcolarne l'inverso usando il teorema di Eulero-Fermat.

$$\overline{80} \in \mathbb{Z}_{81}; \quad \overline{63} \in \mathbb{Z}_{84}; \quad \overline{181} \in \mathbb{Z}_{360}.$$

Esercizio 5. Risolvere il sistema

$$\Gamma \quad \begin{cases} X \equiv_3 2 \\ 2X \equiv_5 3 \\ 3X \equiv_7 4 \end{cases}$$

Esercizio 6. Determinare le ultime tre cifre decimali di 38^{21} .