

Corso di Laurea in Fisica. Geometria. a.a. 2013-14.

Canale 3. Prof. P. Piazza

Compito a casa del 16/11/13 (dodicesimo compito)

Esercizio 1. Calcolare il prodotto righe per colonne AB , con

$$A = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & -1 & 0 \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 2 & -1 \\ -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}.$$

Esercizio 2. Verificare che la matrice

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

è invertibile. Calcolarne l'inversa.

Sia $L = L_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da A . Spiegare perché L_A è invertibile. Calcolare l'immagine tramite l'applicazione inversa del vettore $(3, -1, 2)$.

Esercizio 3. (Esercizio tratto da un esonero del 2009)

3.1 Studiare al variare del parametro t la compatibilità del sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + tx_2 + tx_3 + tx_4 = t \\ tx_1 + 2(t-1)x_2 + 2x_3 + 2x_4 = t^2 - 2 \\ x_1 + x_2 + (t-1)x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

Determinare esplicitamente l'insieme delle soluzioni per i sistemi definiti dai $t \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema ammette infinite soluzioni. Per tali valori di t descrivere l'insieme delle soluzioni come un sottospazio affine $\underline{v} + W$ di \mathbb{R}^4 , determinando in particolare una base per il sottospazio W .

3.1bis. (Facoltativo) Trovare l'insieme delle soluzioni $\forall t$

3.2 Sia $A_t \in M_{44}(\mathbb{R})$ la matrice dei coefficienti del sistema e sia $L_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da A_t . Studiare iniettività e suriettività di L_t al variare di t . Determinare una base del nucleo ed una base dell'immagine di L_t al variare di t .