

**Corso di Laurea in Fisica. a.a. 2013-14.**  
**Geometria. Canale 3 (Prof. Paolo Piazza).**  
**Compito a casa del 8/11/13 (nono compito)**

**Esercizio 1.** Siano  $U, V \subset \mathbb{R}^4$  i sottospazi di  $\mathbb{R}^4$  dati da

$$U = \text{Span} \left( \left( \begin{array}{c|c|c} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{array} \right) \right), \quad V = \text{Span} \left( \left( \begin{array}{c|c|c} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & -2 \\ -1 & -3 & 1 \end{array} \right) \right).$$

Determinare basi di  $U$  e di  $V$ . Determinare una base per  $U+V$  (È ovvio che  $U+V$  ha come insieme di generatori i vettori ottenuti prendendo l'unione di generatori di  $U$  ed di generatori di  $V$ .) Stabilire se  $\mathbb{R}^4$  è somma diretta di  $U$  e  $V$ , cioè se  $\mathbb{R}^4 = U \oplus V$ .

**Esercizio 2.** Sia  $A \in M_{34}(\mathbb{R})$  la matrice data da

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -3 & -4 \end{vmatrix}$$

e sia  $L_A : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare ad essa associata. Determinare una base per  $\text{Ker}(L_A)$  ed una base per  $\text{Im}(L_A)$ . Studiare iniettività e suriettività di  $L_A$ . Dire se  $L_A$  è bigettiva.