Corso di Laurea in Fisica. a.a. 2013-14.
Geometria. Canale 3 (Prof. Paolo Piazza).
Compito a casa del 23/10/13 (quinto compito)

Esercizio 1. Sappiamo che l'insieme delle matrici $n \times n$ a coefficienti reali, denotato $M_{nn}(\mathbb{R})$, è uno spazio vettoriale. Scrivere la matrice $A \in M_{22}(\mathbb{R})$ che è combinazione lineare delle matrici

$$A_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}, \quad A_2 = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad A_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

con pesi rispettivamente $2, 1, -3$.

Esercizio 2. Stabilire se le matrici A_1, A_2, A_3 dell'esercizio precedente sono linearmente dipendenti.

Esercizio 3. Sia $\mathbb{R}_3[x]$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale a tre. Si consideri il sottoinsieme

$$W = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(1) = 0\}$$

Stabilire se W è un sottospazio. Stesso esercizio per

$$U = \{q(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid q(2) = 4\}.$$

Esercizio 4. Sia $V = \mathbb{R}[x]$ e sia $p(x) = 1 + x + x^2 + 5x^4$. Consideriamo $q(x) = x^2 + 5x^4$. Stabilire se $q(x) \in \mathrm{Span}(p)$.

Esercizio 5. Sia $\mathbb{C}_\mathbb{R}$ lo spazio vettoriale che ha come insieme di vettori i numeri complessi e come campo degli scalari i numeri reali. Determinare la dimensione di $\mathbb{C}_\mathbb{R}$.

Esercizio 6. Sia V uno spazio vettoriale e $\{\underline{v}_1, \dots, \underline{v}_k\}$ vettori linearmente indipendenti. Verificare che se $c_1, \dots, c_k \in \mathbb{R}$, $c_j \neq 0 \ \forall j$, allora i vettori

$$c_1\underline{v}_1, \dots, c_k\underline{v}_k$$

sono anche linearmente indipendenti.