Corso di Laurea in Fisica. a.a. 2012-13.
Geometria. Canale L-PE (Prof. Paolo Piazza).
Compito a casa del 24/10/12 (terzo compito)

Esercizio 1. Sappiamo che l'insieme delle matrici $n \times n$ a coefficienti reali, denotato $M_{nn}(\mathbb{R})$, è uno spazio vettoriale. Scrivere la matrice $A \in M_{22}(\mathbb{R})$ che è combinazione lineare delle matrici

$$A_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}, \quad A_2 = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad A_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

con pesi rispettivamente $2, 1, -3$.

Esercizio 2. Stabilire se le matrici A_1, A_2, A_3 dell'esercizio precedente sono linearmente dipendenti.

Esercizio 3. Sia $V = \mathbb{R}^3$. Quali dei seguenti sottoinsiemi di V è un sottospazio ? Giustificare le risposte.

$W_1 = \{(x, y, z) \in V \mid z = x^2 + y^2\}$.

$W_2 = \{t(1, 2, 2), 0 \leq t \leq 1\}$

$W_3 = \{(t, 0, 0), t \neq 0\}$

$W_4 =$ insieme delle soluzioni del sistema $\begin{cases} x + y - 3z = 0 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

$W_5 =$ insieme delle soluzioni del sistema $\begin{cases} x + y - 3z = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

Esercizio 4. Stabilire se l'insieme $\mathbb{R}^2$ è uno spazio vettoriale su $\mathbb{R}$ rispetto alle operazioni:

$$(x, y) + (x', y') = (x + x', y + y'), \qquad k(x, y) = (kx, -ky), \quad \forall k \in \mathbb{R}.$$