

**Corso di Laurea in Fisica. Geometria. a.a. 2009-10.**  
**Prof. P. Piazza**  
**Compito a casa del 16/10/09**

**Esercizio 1.** Utilizzando il metodo di Gauss, discutere il seguente sistema lineare quadrato:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + y + 4z = 2 \\ 3x - 3y + z = 1 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Abbiamo visto in classe che ogni sistema lineare quadrato è equivalente ad un sistema triangolare superiore.

Leggere e capire la dimostrazione (p. 44 e prime 6 righe di p. 45).

Dare la definizione di sistema lineare triangolare *inferiore*. Dimostrare che ogni sistema quadrato è equivalente ad un sistema triangolare inferiore.<sup>1</sup>

**Esercizio 3.** Sia  $A\underline{x} = \underline{b}$  un sistema lineare quadrato, con  $A$  matrice  $n \times n$ . Supponiamo che  $A$  sia *non singolare*. Verificare che il sistema  $A\underline{x} = \underline{b}$  è equivalente ad un sistema diagonale  $\text{Id}_n \underline{x} = \underline{c}$  con  $\text{Id}_n$  la matrice identità:

$$\text{Id}_n = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix},$$

e dunque al sistema banale  $\underline{x} = \underline{c}$ . *Suggerimento:* ridurre ad un sistema triangolare superiore e poi fare uso dell'esercizio 2.

**Esercizio 4.** Applicare il procedimento messo a punto nell'esercizio 3 al sistema dell'esercizio 1; risolvere nuovamente tale sistema.

**Esercizio 5.** Utilizzando il metodo di Gauss, studiare il sistema di 3 equazioni in 3 incognite

$$\begin{cases} y - z = -1 \\ x + z = 1 \\ 2x + y + z = 2 \end{cases}$$

---

<sup>1</sup>*Suggerimento:* utilizzare una riduzione di Gauss "a salire", partendo dall'ultima colonna.