Geometria Differenziale. a.a. 2007-08.
Prof. P. Piazza
Compito a casa del 12/12/07

Esercizio . Verificare che l'applicazione $\phi(u, v) = (u^2, uv, v^2)$ definita sull'aperto $U = \{(u, v), u > 0, v > 0\}$ è una parametrizzazione locale.

Esercizio . Svolgere i Problemi 4.14, 5.6.

Esercizio . Verificare che $\sigma : I \to S$ è una linea asintotica di S orientabile se e solo se $\sigma''(t) \in T_{\sigma(t)}S$. Dedurne che se r è una retta contenuta in una superficie regolare, allora r è una linea asintotica.

Esercizio . È data la superficie S di parametrizzazione $\phi(u, v) = (u, v, (u + v^2)^2)$ $\forall(u, v) \in \mathbb{R}^2$. Sia σ la curva in S ottenuta restringendo ϕ alla retta $v = 0$. Verificare che σ è una linea di curvatura di S . Stabilire quando la curvatura normale di σ è massima o minima.

Esercizio . Sia S la superficie $z = x^3 - 3xy^2$. Sia σ la curva di equazione $x - y = z + 2x^3 = 0$. Dopo aver verificato che l'immagine di σ è contenuta in S (passare ad equazioni parametriche sia per S che per σ), decidere se σ è una linea di curvatura. (Potete procedere direttamente oppure utilizzare il Problema 4.6 del libro di testo).

Esercizio . Sia S la superficie $z = x^3 - 3xy^2$ parametrizzata da $\phi(u, v) = (u, v, u^3 - 3uv^2)$. Verificare che S è costituita da punti iperbolici, tranne l'origine che è planare. Verificare se esistono linee v che siano linee asintotiche.

Esercizio . Sia S la superficie parametrizzata da $\phi(u, v) = (u, v, u^2 \log v)$, $(u, v) \in \mathbb{R}^2, v > 0$. Classificare i punti di S. Verificare che S non è una rigata. Verificare che S contiene due curve costituite interamente da punti parabolici.

Esercizio . Sia S l'elicoide parametrizzato da $\phi(u, v) = (v \cos u, v \sin u, u)$ $(u, v) \in \mathbb{R}^2$. Si consideri la curva σ ottenuta restringendo ϕ al grafico della funzione seno iperbolico nel piano (u, v). Verificare che σ è una linea di curvatura (potete far uso del Problema 4.6, ad esempio). Stabilire se σ è a curvatura normale massima o minima.