

**Corso di Laurea in Fisica. Geometria 1. a.a. 2006-07.**  
**Gruppo B. Prof. P. Piazza**  
**Compito pomeridiano del 29/11/06**

**Esercizio 1.** Sia  $A$  la matrice  $2 \times 2$  data da

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

e sia  $L_A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  l'applicazione lineare definita da  $A$ .

Determinare la matrice associata all'applicazione lineare  $L_A$  con la seguente scelta di basi:

base di partenza =  $\{(0, 2), (1, 1)\}$ , base di arrivo =  $\{(0, 1), (1, 2)\}$ .

**Esercizio 2.** Sia  $V = \mathbb{R}^3$  con base canonica fissata e coordinate associate  $\underline{x}$ . Consideriamo il piano vettoriale  $W$  di equazione cartesiana:  $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ . Determinare una base  $\mathcal{C}$  di  $\mathbb{R}^3$  con coordinate associate  $\underline{y}$  in modo tale che  $W$  abbia equazione  $y_3 = 0$  nelle nuove coordinate.

**Esercizio 3.** Nello spazio affine  $\mathcal{A}^3$  fissiamo un riferimento affine  $RA(O, \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$  con coordinate associate  $(x, y, z)$ . Siano  $P_1, P_2, P_3 \in \mathcal{A}^3$  i punti di coordinate  $(1, 2, 3)$ ,  $(0, 2, -1)$  e  $(1, 1, 1)$  rispettivamente. Verificare che  $P_1, P_2, P_3$  non sono allineati. Dare l'equazione cartesiana del piano  $\pi$  contenente  $P_1, P_2, P_3$ .

**Esercizio 4.** Determinare l'equazione del piano per  $Q_0 = (1, 2, -1)$  e parallelo alle rette  $r$  ed  $s$  di equazioni

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + 3z = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$$

**Esercizio 5.** Determinare equazioni cartesiane per la retta passante per  $Q = (-1, -1, -1)$ , contenuta nel piano  $\pi$  di equazione  $x + y + z + 3 = 0$  e complanare alla retta  $s$  di equazioni

$$\begin{cases} x - 2z + 4 = 0 \\ 2y - z = 0 \end{cases}$$

*Suggerimenti:*

- (i) la retta cercata è intersezione di due piani; quali piani dobbiamo considerare ?
- (ii) una volta individuati i piani dovete ottenere le loro equazioni cartesiane; può essere utile il metodo del fascio.....

**Esercizio 6.** Determinare equazioni cartesiane per il piano passante per  $(-1, 0, 1)$  ed ortogonale alla retta di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x + z + 2 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 7.** Spazio vettoriale  $\mathcal{V}_O$  con base ortonormale  $\{\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}\}$  fissata e coordinate associate  $(x, y, z)$ . Applicare il procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt alla seguente base di  $\mathcal{V}_O$ :

$$\underline{w}_1 = (1, 1, 0), \quad \underline{w}_2 = (0, 1, 0), \quad \underline{w}_3 = (0, 0, 2).$$