**Corso di Laurea in Fisica. Geometria 1. a.a. 2006-07.**
**Gruppo B. Prof. P. Piazza**
**Compito a casa del 10/11/06**

**Esercizio 1.** Determinare se la seguente matrice $3 \times 3$ è invertibile, ed in caso affermativo calcolare la sua inversa:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

**Esercizio 2.** Siano $\underline{v}_1, \underline{v}_2 \in \mathbb{R}^2$ i vettori dati da

$$\underline{v}_1 = (1,2), \quad \underline{v}_2 = (1,-1).$$

Si noti che $\underline{v}_1, \underline{v}_2$ sono linearmente indipendenti. Sappiamo che esiste una e una sola applicazione lineare $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che

$$F(1,2) = (0,1), \quad F(1,-1) = (3,1).$$

Determinare la matrice $A \in M_{22}(\mathbb{R})$ tale che $F = L_A$. Avrete bisogno dell'applicazione

$$J : \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2) \to M_{22}(\mathbb{R})$$

inversa dell'applicazione

$$L : M_{22}(\mathbb{R}) \to \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2),$$

quest'ultima essendo l'applicazione che manda $A$ in $L_A$.

**Esercizio 3.** Siano $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4, \underline{v}_5$ i vettori di $\mathbb{R}^5$ dati da

$$\underline{v}_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \underline{v}_2 = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \underline{v}_3 = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \underline{v}_4 = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \underline{v}_5 = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Stabilire se esiste un'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ tale che

$$F(\underline{v}_1) =, \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix}, \ F(\underline{v}_2) =, \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}, \ F(\underline{v}_3) =, \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}, \ F(\underline{v}_4) =, \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \ F(\underline{v}_5) =, \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix},$$

e in caso affermativo:
(i) calcolare l'immagine tramite $F$ del vettore $(3,2,1,0,0)$.
(ii) stabilire se $F$ è iniettiva.

**Esercizio 4.** Sia $M_{22}(\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici due per due a coefficienti reali. Determinare un'applicazione *iniettiva* $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow M_{22}(\mathbb{R})$ la cui immagine contenga i vettori

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

.

**Esercizio.** Risolvere gli esercizi 6.6, 6.9, 6.11, 7.14 del libro di testo.