Geometria Differenziale. a.a. 2006-07.
Prof. P. Piazza
Compito a casa del 25/10/06

Esercizio 1. Sia S la sfera unitaria in $\mathbb{R}^3$ e sia $P = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$. Calcolare il piano tangente a S in P utilizzando:

- la proiezione stereografica dal polo nord
- la parametrizzazione dell'esempio 3.1.15 del libro
- la parametrizzazione dell'esempio 3.1.16 del libro
- l'equazione cartesiana implicita di S

Nei primi tre casi, determinare in particolare la base $\{\partial_1|_p, \partial_2|_p\}$ del piano tangente indotta dalla parametrizzazione considerata.

Esercizio 2. Sia S_1 il cilindro di equazione $x^2 + y^2 = 1$ e sia S_2 l'ipeboloide iperbolico $x^2 + y^2 - z^2 = 1$. Sia $F : S_1 \to S_2$ l'applicazione definita come segue: per ogni $P = (x, y, z) \in S_1$ sia $H = (0, 0, z)$ e sia r la semiretta di origine H e passante per P; poniamo $F(P) = r \cap S_2$.

- determinare l'espressione di F (risulta che $F = \tilde{F}|_{S_1}$, con $\tilde{F}$ definita su tutto $\mathbb{R}^3$).
- sia $P = (1, 0, 1) \in S_1$. Introdurre parametrizzazioni locali intorno a P ed $F(P)$ e calcolare le basi indotte da tali parametrizzazioni in $T_P(S_1)$ e $T_{F(P)}(S_2)$
- calcolare la matrice associata al differenziale $dF(P) : T_P(S_1) \to T_{F(P)}(S_2)$ con scelta di basi sui piani tangenti data dalle parametrizzazioni introdotte nel punto precedente.