

**Corso di Laurea in Fisica. Geometria 1. a.a. 2006-07.**  
**Gruppo B. Prof. P. Piazza**  
**Compito a casa del 13/10/06**

**Esercizio 1.** Scrivere la matrice  $A \in M_{22}(\mathbb{R})$  che è combinazione lineare delle matrici

$$A_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}, \quad A_2 = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad A_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

con pesi rispettivamente 2, 1, -3.

**Esercizio 2.** Stabilire se le matrici  $A_1, A_2, A_3$  dell'esercizio precedente sono linearmente dipendenti.

**Esercizio 3.** Sia  $V = \mathbb{R}^3$ . Quali dei seguenti sottoinsiemi di  $V$  è un sottospazio? Giustificare le risposte.

$$W_1 = \{(x, y, z) \in V \mid z = x^2 + y^2\}.$$

$$W_2 = \{t(1, 2, 2), 0 \leq t \leq 1\}$$

$$W_3 = \{(t, 0, 0), t \neq 0\}$$

$$W_4 = \text{insieme delle soluzioni del sistema } \begin{cases} x + y - 3z = 0 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$W_5 = \text{insieme delle soluzioni del sistema } \begin{cases} x + y - 3z = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 4.** Stabilire se l'insieme  $\mathbb{R}^2$  è uno spazio vettoriale su  $\mathbb{R}$  rispetto alle operazioni:

$$(x, y) + (x', y') = (x + x', y + y'), \quad k(x, y) = (kx, -ky), \quad \forall k \in \mathbb{R}.$$