

**Geometria 1. a.a. 2006-07. Gruppo B. Prof. P. Piazza**  
**Compito a casa del 29/09/06**

**Esercizio 0.** Esprimere nella forma  $a + ib$  i seguenti numeri complessi:

$$\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3, \quad (-i)^4, \quad (3+3i)(3-3i), \quad \frac{(1+2i)}{(1-2i)}.$$

**Esercizio 1.** Abbiamo enunciato in classe *le formule di addizione e sottrazione*

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta, \quad \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta.$$

Dedurre da queste *le formule di duplicazione*

$$\cos 2\alpha = \dots, \quad \sin 2\alpha = \dots$$

e poi, da queste ultime, le seguenti *formule di bisezione*:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}, \quad \sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

dove il segno è scelto a seconda del quadrante nel quale cade l'angolo  $\alpha/2$ .

**Esercizio 2.** Determinare le radici quadrate di  $1 - i4\sqrt{3}$ . (Suggerimento: utilizzare l'Es. 1.)

**Esercizio 3.** Sia  $z = x + iy$ . Trovare una condizione necessaria e sufficiente su  $x$  ed  $y$  affinché  $z^3$  sia reale.

**Esercizio 4.** Dopo aver scritto in forma trigonometrica il numero  $1 + i$ , si calcoli  $(1 + i)^{12}$ .

**Esercizio 5.** Determinare le radici quarte dell'unità.