

Geometria Analitica. a.a. 05/06. Gruppo A-H
Esercizi per la mattina del 24/11/05

Esercizio 1. Sia $V = \mathbb{R}^4$ con prodotto scalare canonico. Si consideri la forma quadratica su \mathbb{R}^4 definita da

$$\phi(\underline{x}) = 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

Determinare la forma canonica metrica di ϕ . Determinare una base ortonormale di \mathbb{R}^4 che porti ϕ in forma canonica.

Esercizio 2. Determinare la forma canonica affine della forma quadratica definita su $M_{2,2}(\mathbb{R})$ dalla formula

$$\phi(A) := \text{Tr}(A^2).$$

Esercizio 3. Sia $\phi(\underline{x})$ la forma quadratica $\phi(\underline{x}) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3$. Determinare una base di \mathbb{R}^3 , con coordinate associate \underline{z} , che porti la forma quadratica nella sua forma canonica affine.

Esercizio 4 (per casa). Sia $V = \mathbb{R}^4$ con prodotto scalare canonico. Sia ϕ la forma quadratica in \mathbb{R}^n definita da $\phi(\underline{x}) = 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_4 - 4x_3x_4$. Determinare la forma canonica metrica e affine di ϕ . Determinare una base ortonormale \mathcal{C} che porti ϕ in forma canonica metrica.

Esercizio 5. Stabilire quali delle seguenti matrici sono congruenti:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -5 \\ 3 & -5 & 4 \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

Esercizio 6. Sia $V = \mathbb{R}^5$. Determinare la forma canonica affine della forma quadratica $\phi : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$\phi(\underline{x}) = 2x_1^2 + 2x_1x_5 + 4x_2^2 - 2x_2x_5 + 3x_3^2 + 6x_4^2 + x_5^2$$