

GEOMETRIA ANALITICA

Esercizi 1

4 Ottobre 2005

1. Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definita da

$$T(x_1, x_2, x_3) = (x_2 + x_3, x_1 - x_3, 2x_1 - x_2 - 3x_3, 2x_2 + 2x_3)$$

- (i) Scrivere la matrice A associata a T rispetto alle basi canoniche di \mathbb{R}^3 e di \mathbb{R}^4 e calcolare il rango di A .
- (ii) Scrivere equazioni cartesiane e determinare una base di $\text{Ker}(T)$.
- (iii) Scrivere equazioni cartesiane e determinare una base di $\text{Im}(T)$.

2. Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definita da

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_3, x_2 - x_3, x_1 - x_2 + 2x_3, 0).$$

- (i) Scrivere la matrice A associata a T rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^4 .
- (ii) Determinare gli autovalori di T e la loro molteplicità geometrica e algebrica.
- (iii) Dire se T è diagonalizzabile e determinare, in caso affermativo, una base di autovettori.