

Corso di Geometria

Docenti: Guido Pezzini, Alessandro D'Andrea

a.a. 2021/2022

Foglio di esercizi n.2

21.10.2021

Esercizio 1. Trovare le soluzioni dei seguenti sistemi a scalini, nelle variabili x, y, z e a coefficienti in \mathbb{R} :

$$S_1 \begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ 2y + z = -1 \\ -2z = 3 \end{cases}$$
$$S_2 \begin{cases} x + y + z = -3 \\ -5y - 8z = 4 \end{cases}$$

Esercizio 2. Consideriamo l'equazione lineare

$$2x_1 + x_2 + x_3 = -5.$$

Trovare i valori del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$ tali che l'elemento $(3 + \lambda, 2\lambda, 1)$ di \mathbb{R}^3 sia una soluzione dell'equazione.

Esercizio 3. Dire quali delle seguenti matrici è a scalini, e in caso affermativo evidenziarne i pivot.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Esercizio 4. Trovare i valori del parametro $t \in \mathbb{R}$ per cui la matrice seguente è a scalini

$$A_t = \begin{pmatrix} t & -t & 0 \\ t-1 & 2 & 4t \\ 0 & -t+1 & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 5. Stabilire se i seguenti sistemi lineari hanno soluzioni, e in caso affermativo trovarle:

$$S_1 \begin{cases} 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ -x_1 - 3x_2 = 0 \end{cases} \quad S_2 \begin{cases} 3x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = -1 \\ 5x_1 + x_2 = 7 \end{cases}$$
$$S_3 \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 1 \\ 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 0 \\ 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad S_4 \begin{cases} x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Esercizio 6. Trovare i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui il sistema lineare

$$S \begin{cases} 2x_1 + \alpha x_2 = 0 \\ (1 - \alpha)x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$$

ha soluzioni.

Esercizio 7. Eseguire l'eliminazione di Gauß sulla seguente matrice ad entrate complesse.

$$\begin{pmatrix} 1 & i & 0 \\ i & 0 & 1 \\ 0 & i & -i \end{pmatrix}$$

Esercizio 8. Determinare la compatibilità e le eventuali soluzioni dei seguenti sistemi lineari a coefficienti complessi.

$$\begin{cases} x + iy + z = 1 \\ 5x - (2 - i)y + iz = 2 \\ (1 + i)x + y - 2iz = 4 - 3i \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2ix_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5ix_3 = 2i \\ 3x_1 + (1 + 2i)x_2 - (5 + i)x_3 = 5i - 2 \\ 3x_1 + (3 + 2i)x_2 + (3i - 1)x_3 = 2 + 3i \end{cases}$$