

## Corso di Geometria

Docente: Guido Pezzini

a.a. 2019/2020

Test di autovalutazione n.2

11.12.2019

LEGGERE ATTENTAMENTE PRIMA DI ANDARE ALL'INIZIO DEL TEST ALLA PAGINA SUCCESSIVA.

Questo è un test da svolgere per verificare il livello di apprendimento. Non è valutato ai fini dell'esame. Le soluzioni saranno pubblicate sul sito del corso.

Tempo: **60 minuti**

Il test va svolto senza usare appunti né libri, senza consultarsi con altri, e *senza distrazioni*.

Vanno scritte soluzioni il più possibile *dettagliate*, spiegando anche brevemente perché si svolgono determinati conti, scrivendo esplicitamente da cosa si parte e cosa si ottiene alla *fine*. All'esame, esercizi svolti solo con conti senza spiegazioni *non ricevono alcun punteggio*.

**Esercizio 1.** Si consideri l'unico endomorfismo di  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tale che

$$f \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- (a) Si scriva la matrice canonica di  $f$ .
- (b) Si trovino gli autovalori e gli autospazi di  $f$ .
- (c) Si spieghi per quale risultato teorico sappiamo che gli autospazi saranno ortogonali a due a due.

**Esercizio 2.** Si consideri il piano  $\pi$  in  $\mathbb{R}^3$  di equazione cartesiana

$$2x + y + 3z - 1 = 0$$

e la retta  $r$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x &= -t + 2 \\ y &= 2t \\ z &= t + 1 \end{cases}$$

- (1) Si trovino equazioni cartesiane della retta  $s$ , proiezione ortogonale di  $r$  su  $\pi$ .
- (2) Si trovino equazioni parametriche di tutte le rette che sono contenute nel piano  $\pi$  e che hanno distanza 2 da  $s$ .