

Corso di Geometria

Docente: Guido Pezzini

a.a. 2019/2020

Foglio di esercizi n.12

19.12.2019

Esercizio 1. Trovare la matrice 3×3 che corrisponde a un'isometria $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che

$$f \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dire, giustificando la risposta, se ne esiste anche una tale che

$$f \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2. Sia U il sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^2 di equazione

$$2x + y = 0$$

Trovare la matrice canonica della *riflessione attorno ad U* , cioè dell'applicazione lineare ortogonale $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ che lascia fissi i vettori di U , e tale che $f(v) = -v$ per ogni vettore v ortogonale ad U .

Esercizio 3. Trovare le coordinate del punto

$$p = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

rispetto al sistema di riferimento affine $\mathcal{R} = (p_0, v_1, v_2)$ dove

$$p_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

e v_1, v_2 sono ottenuti dalla base canonica con una rotazione di $\frac{\pi}{4}$ in senso antiorario.

Esercizio 4. Trovare un'equazione della circonferenza in \mathbb{R}^2 contenente i punti

$$p_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad p_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad p_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Esercizio 5. Trovare l'equazione della sfera di centro

$$c = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

e che contiene il punto

$$p = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 6. Scrivere le coniche seguenti in forma canonica:

$$C_1: x^2 + 3xy - y^2 + 2x + 1 = 0$$

$$C_2: 4x^2 - 4xy + y^2 + x - y = 0$$

Esercizio 7. Per la conica C_2 dell'esercizio precedente, scrivere il cambio di coordinate da quelle usuali x, y alle coordinate X, Y in cui la conica è in forma canonica. Trovare anche il sistema di riferimento affine per cui le coordinate dei punti sono X, Y .