

Corso di Geometria

Docente: Guido Pezzini

a.a. 2018/2019

Foglio di esercizi n.1

4.10.2018

Esercizio 1. Dire quali delle seguenti matrici è a scalini, e in caso affermativo evidenziarne i pivot.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2. Consideriamo l'equazione lineare

$$2x_1 + x_2 + x_3 = -5.$$

Trovare i valori del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$ tali che le componenti dell'elemento $(3 + \lambda, 2\lambda, 1)$ di \mathbb{R}^3 sono una soluzione dell'equazione.

Esercizio 3. Stabilire se i seguenti sistemi lineari sono compatibili, e in caso affermativo trovarne le soluzioni:

$$S_1) \begin{cases} 2x_2 - x_3 & = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 & = -1 \\ -x_1 - 3x_2 & = 0 \end{cases} \quad S_2) \begin{cases} 3x_1 - x_2 & = 1 \\ x_1 - x_2 & = -1 \\ 5x_1 + x_2 & = 7 \end{cases}$$
$$S_3) \begin{cases} x_1 - 2x_2 & = 1 \\ 2x_2 + x_3 + 5x_4 & = 0 \\ 3x_2 + x_3 & = 0 \end{cases} \quad S_4) \begin{cases} x_2 + 2x_3 + 3x_4 & = 3 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 & = 0 \end{cases}$$

Esercizio 4. Trovare i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui il sistema lineare

$$S_5) \begin{cases} 2x_1 + \alpha x_2 & = 0 \\ (1 - \alpha)x_1 - x_2 & = 1 \end{cases}$$

è compatibile.

Esercizio 5. Dire quando i prodotti AB , BA , $A'B'$ e $B'A'$ sono definiti, e in caso affermativo calcolarli, per le seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -1 \end{pmatrix},$$
$$A' = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B' = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 3 \\ -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 6. Trovare le matrici inverse, se esistono, delle matrici

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ -5 & 15 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 7. Trovare i valori del parametro β per cui la matrice

$$A_3 = \begin{pmatrix} 3\beta & 1 \\ \beta - 1 & -1 \end{pmatrix}$$

è invertibile.

Esercizio 8. Trovare le matrici inverse, se esistono, delle matrici

$$A_4 = \begin{pmatrix} 3 & -9 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 9. Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{pmatrix} 3 & -9 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Esercizio 10. Sia data la matrice

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Trovare tutte le matrici 2×2 che commutano con C , cioè tutte le matrici D tali che $CD = DC$.