Corso di Geometria

Docente: Guido Pezzini

a.a. 2018/2019

Foglio di esercizi n.12

20.12.2018

Esercizio 1. Trovare la matrice 3×3 che corrisponde a un'isometria $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che

$$f\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \qquad f\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$$

Dire, giustificando la risposta, se ne esiste anche una tale che

$$f\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \qquad f\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$$

Esercizio 2. Sia U il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$ di equazione

$$2x + y = 0$$

Trovare la matrice canonica della *riflessione attorno ad* U, cioè dell'applicazione lineare ortogonale $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ che lascia fissi i vettori di U, e tale che $f(v) = -v$ per ogni vettore v ortogonale ad U.

Esercizio 3. Trovare le coordinate del punto

$$p = \begin{pmatrix}4\\-5\end{pmatrix}$$

rispetto al sistema di riferimento affine $\mathcal{R} = (p_0, v_1, v_2)$ dove

$$p_0 = \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix},$$

e v_1, v_2 sono ottenuti dalla base canonica con una rotazione di $\frac{\pi}{4}$ in senso antiorario.

Esercizio 4. Trovare un'equazione della circonferenza in $\mathbb{R}^2$ passante per i punti

$$p_1 = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}, \quad p_2 = \begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}, \quad p_3 = \begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$$

Esercizio 5. Trovare l'equazione della sfera di centro

$$c = \begin{pmatrix}1\\-2\\4\end{pmatrix}$$

e che contiene il punto

$$p = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

Esercizio 6. Scrivere le coniche seguenti in forma canonica:

$$C_1\colon x^2 + 3xy - y^2 + 2x + 1 = 0$$
$$C_2\colon 4x^2 - 4xy + y^2 + x - y = 0$$