Guida alla preparazione

Gli argomenti del corso sono contenuti nei quattro file LambertiMascia1.pdf, ecc. disponibili in rete alla pagina del Corso http://www1.mat.uniroma1.it/people/mascia/IstMat1-1516.html.

Gli ultimi argomenti relativi alla formula di Taylor per funzioni di due variabili sono reperibili alla Lezione del 12 gennaio http://www1.mat.uniroma1.it/people/lamberti/chimica/Lezione15.pdf

La tradizionale distinzione tra *argomenti con dimostrazione* e *argomenti senza dimostrazione* non é sostenibile: lo studente deve saper giustificare (sinonimo di dimostrare) correttamente, e con semplicità, le risposte che da alle domande ricevute, naturalmente nell'ambito del programma del corso.

L'esame, il colloquio orale, riguarderà per una parte il contenuto degli scritti svolti e per una parte gli argomenti del Corso, il tutto per circa mezz'ora.

L'elenco di argomenti seguenti puó servire a ripassare quanto appreso durante il Corso.

1. Numeri reali

Numeri naturali, interi, razionali e irrazionali. Ordine, modulo e distanza nei numeri razionali. Intervalli limitati ed illimitati. Regole di base per le disequazioni. La disuguaglianza triangolare. Definizione di estremo superiore e inferiore, massimo e minimo.

2. Funzioni: anno zero

Piccolo glossario per le funzioni. Polinomi, funzioni razionali, trigonometriche. Operazioni elementari sui grafici: moduli. Funzioni pari, dispari, periodiche. Funzioni composte. Funzioni monotone, invertibilità. Esponenziali e logaritmi. Definizione di massimo e minimo di una funzione.

3. Le successioni

Definizione di limite. Proposizione 1.11 limitatezza delle successioni convergenti. Successioni divergenti. Operazioni razionali con i limiti: somma, prodotto, quoziente. Teorema 2.2: monotonia del limite. Teorema 2.3: Teorema dei carabinieri. Teorema 4.4: Regolarità delle successioni monotone. Serie numeriche: convergenza.

Condizione necessaria di convergenza per una serie. Teorema 5.2: Criterio di confronto per serie. Teorema 5.10. sulle serie assolutamente convergenti. Serie geometriche e esponenziali. Serie armoniche generalizzate.

4. Funzioni continue

Definizione di limite in un punto e all'infinito. Limiti e operazioni razionali. Alcuni limiti notevoli. Definizione di funzione continua. Somma, differenza, prodotto e rapporto di funzioni continue. Funzioni lipschitziane. Teorema 4.1 del valore intermedio: enunciato ed esempi. Teorema 4.6 di Weierstrass: enunciato ed esempi.

5. Derivate Derivate

Rapporto incrementale Definizione di derivata, velocità, accelerazione. Significato geometrico. La derivabilità implica la continuità (e non il viceversa) Derivate di funzioni elementari. Regole di derivazione (somma, prodotto, quoziente, composizione, inverse). Teorema 4.1 di Lagrange. Conseguenze (pag.40 e seguenti). Teorema 4.4 di Rolle e contresempi.

6. Analisi locale e analisi globale

Definizione di massimo o minimo locale. Punti stazionari e loro classificazione. Asintoti verticali, punti angolosi, cuspidi. Limiti, asintoti obliqui. Definizione di funzione convessa, Teorema 4.5 pag.11. Massimi e minimi assoluti.

7. Ordini di grandezza

Ordini di infinito e ordini di infinitesimo. Simboli di Landau. Teorema 2.1 di de l'Höpital. Teorema di Cauchy. Teorema 3.1: Formula di Taylor per $n = 3$. Polinomi di Taylor con particolare attenzione ad alcune funzioni elementari. Resto in forma di Lagrange: suo uso numerico (Teor 4.1 per $n = 2$).

8. L'integrale

Area di un sottografico. Somme integrali, integrale definito. Linearità, additività, monotonia. Teorema del modulo: Proposizione 2.1 pag.58. Teorema 2.4 : integrabilità delle funzioni monotone. Teorema 2.5: integrabilità delle funzioni lipschitziane. Teorema 3.1 della media integrale. Teorema 4.7 fondamentale del calcolo.

9. Zoologia dell'integrazione

Integrazione per sostituzione. Integrazione per parti. Integrazione di funzioni razionali.

10. Numeri complessi:

Definizioni di numero complesso. Parte reale e parte immaginaria, modulo, argomento, coniugato. Operazioni somma, prodotto e quoziente in forma cartesiana e in forma polare. Teorema fondamentale dell'Algebra. Radici n-esime di un numero complesso. Successioni complesse, convergenza. Esponenziale complesso. Serie complesse: serie geometrica e serie esponenziale. Formula di Eulero per $sin(x)$ e $cos(x)$.

11. Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti:

Equazioni omogenee del primo ordine. La linearità: Osservazione 1.1 di pag.13. Problema di Cauchy per equazioni del primo ordine anche non omogenee, pag. 14 e 15. Equazioni lineari del II ordine a coefficienti costanti omogenee, costruzione delle soluzioni pag.19. Funzioni linearmente indipendenti, Definizione 2.1, pag.18. Problema di Cauchy per equazioni del secondo ordine omogenee. Equazioni lineari del II ordine a coefficienti costanti non omogenee: termine noto polinomio o esponenziale o Polinomio trigonometrico.

12. Il piano $\mathbb{R}^2$

Metrica nel piano: distanza tra due punti, pag. 32. Insiemi limitati, intorni di un punto. Successioni di punti nel piano, convergenza, Proposizione 2.4, pag.36. Curve, segmenti e poligonali, pag.44-46.

13. Funzioni di piú variabili

Insieme di definizione di funzioni elementari. Profili altimetrici. Curve di livello. Funzioni radiali. Derivate parziali. Massimi e minimi locali. Polinomi di Taylor di primo e secondo ordine (vedi Lezione 12 gennaio). Classificazione dei punti stazionari in massimi o minimi, locali o punti di sella.