Soluzioni

1) Detta x l'età del padre, il testo impone

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x$$

da cui $x = 84$

2) Deve essere
$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{x^2-3x+2} \geq 0 \\ x^2-3x+2 \neq 0 \end{cases}$$
Poiché $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$,

le condizioni sono equivalenti a $\dfrac{1}{x-2} > 0$, cioè $x > 2$

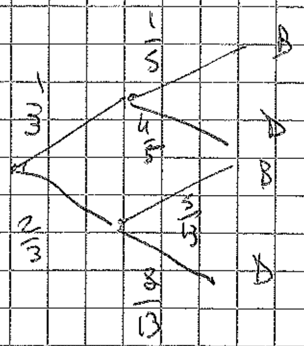
3)
$$\lim_{x\to-\infty} \frac{1+2x-3x^3}{7(1-5x)(1-3x)(x-2)} = -\frac{1}{35}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \log(x)\,(e^x-1) = \lim_{x\to 0^+} \log(x)\,(x+o(x)) = 0$$

4) a) no b) si c) no d) no e) no

5) $\dfrac{a}{a+b}$

6)



$$P(D) = \frac{2}{3}\cdot\frac{8}{13}+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}$$
$$= \frac{16}{39}+\frac{4}{15} = \frac{132}{195}$$

7) $f(x)$ è sempre definita, continua e (infinitamente) derivabile, essendo un polinomio. Non vi sono asintoti e $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$.

$$f'(x) = -2x + 5x^2 - 4x^3 + x^4 = x(x^3 - 4x^2 + 5x - 2)$$
$$= x(x-1)^2(x-2)$$

Pertanto $f'(x) \geq 0$ (cioè f è crescente) per

$$x \in (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$$

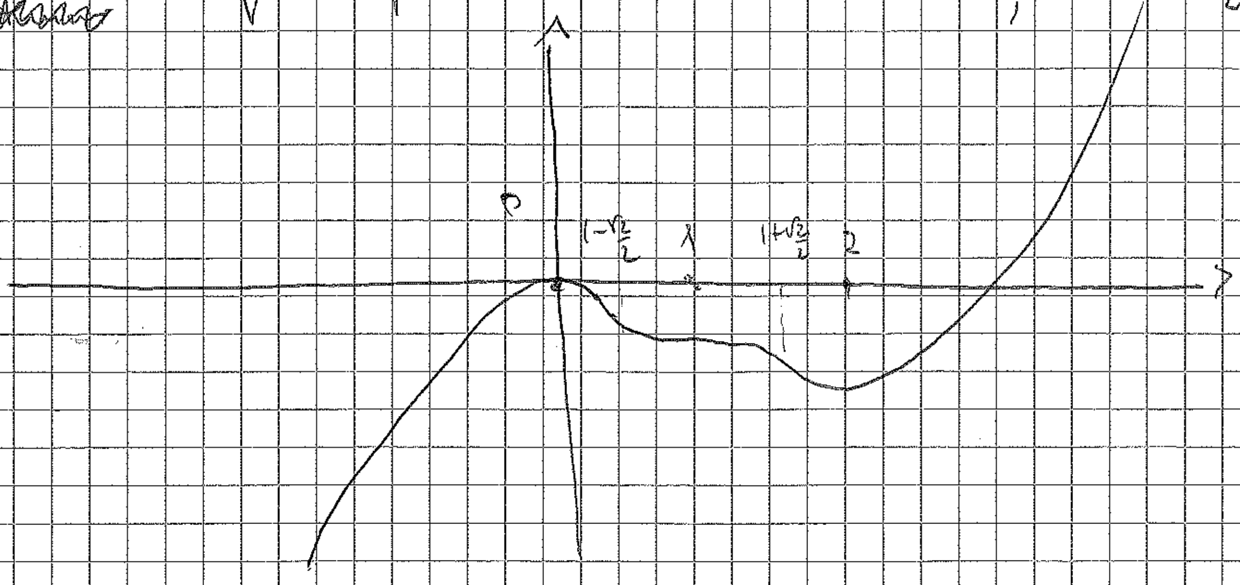
I punti $(0,0)$, $\left(1, -\frac{2}{15}\right)$, $\left(2, -\frac{4}{5}\right)$ sono rispettivamente un punto di massimo relativo, un punto di flesso a tangente orizzontale e un punto di minimo relativo.

$$f''(x) = -2 + 10x - 12x^2 + 4x^3 = 2(2x^3 - 6x^2 + 5x - 1)$$
$$= 2(x-1)(2x^2 - 4x + 1)$$
$$= 4(x-1)\left(x - \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)\left(x - \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$$

e il segno di f'' è

$$\begin{array}{ccccccc} - & & + & & - & & + \\ & 1-\frac{\sqrt{2}}{2} & & 1 & & 1+\frac{\sqrt{2}}{2} & \end{array}$$

~~Ottenuto~~ Ci sono quindi punti di flesso in $x = 1$, $x = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$



8) Le possibili scelte sono $\binom{10}{2}$

Nel problema a possiamo scegliere le ragazze con gli occhi blu in $\binom{3}{2}$ modi e non ci sono scelte per le altre, dunque la probabilità cercata è

$$\frac{\binom{3}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}$$

Analogamente si procede per b)

$$\frac{\binom{7}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

Infine, l'evento in c) è la negazione di quello in b), per cui la probabilità cercata è $1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$