(1) $x^2+x=20$, $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{81}}{2} = \begin{cases}-5\\ 4\end{cases}$

Poiché si richiede $x>0$, $x=5$ (e la soluzione positiva è unica

(2) Deve essere $\sin x > 0$, dunque

$$x \in \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} (2k\pi, (2k+1)\pi)$$

(3)

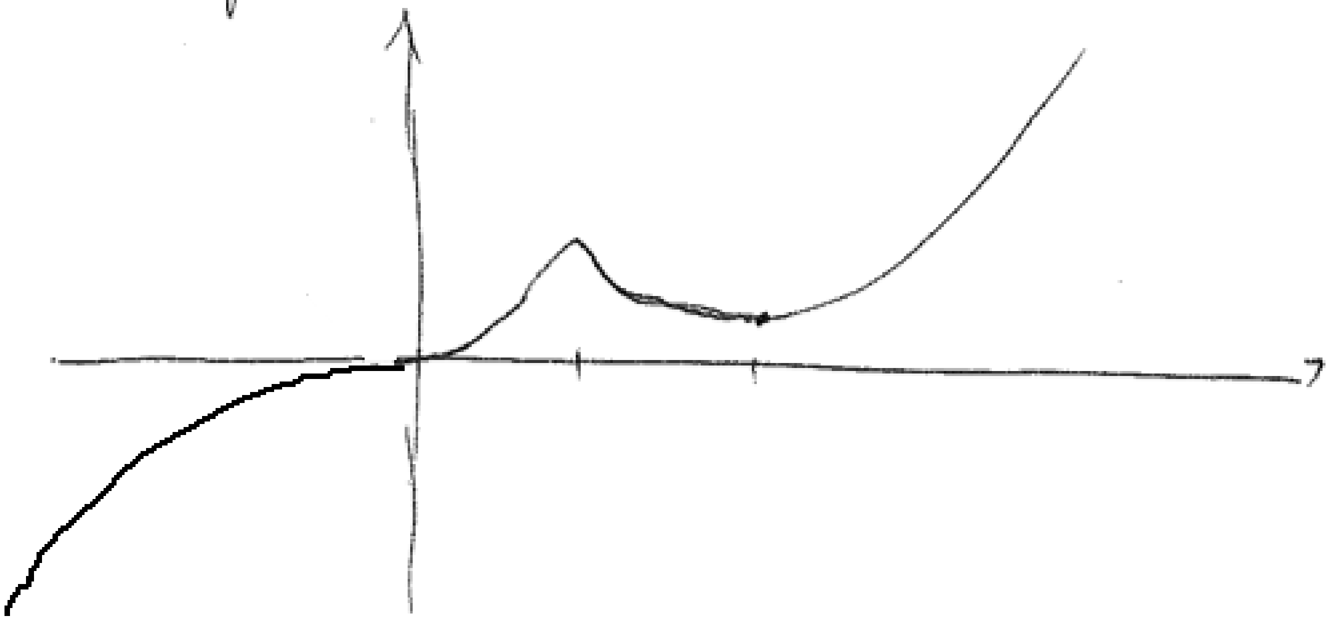
$$\lim_{x\to0} \frac{e^{x^2}-1}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{1+x^2+o(x^2)-\cancel{1}}{x^2} = 1$$

$$\lim_{x\to2}\frac{\sin(x)}{x} = \frac{\sin 2}{2}$$

$$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)^3}{x^3-1} = \lim_{x\to1}\frac{(x-1)^2}{x^2+x+1} = 0$$

(4) Dallo studio del segno di $f'(x)$, f deve essere crescente in $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$ e decrescente in $(1,2)$. Quindi deve avere un massimo relativo in $x=1$, un minimo relativo in $x=2$ e un flesso a tangente orizzontale in $x=0$.

Una possibilità è



(5) La probabilità richiesta è $1 - p(A)$ ove A è la probabilità che tutte le cifre siano diverse:

$$1 - \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{10^4} = \frac{62}{125}$$

(6)
$$\frac{\binom{5}{1}\binom{45}{2}}{\binom{50}{3}} = \frac{99}{392}$$

(7) Il dominio è $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. Si osservi che per $x \neq -1$ la funzione coincide con la funzione $g = \dfrac{x(x+2)}{x-1}$

Segno: $-$ | -2 | $+$ | (-1) | $+$ | 0 | $-$ | (1) | $+$

$$\lim_{x \to -1} f(x) = \frac{1}{2} \qquad \lim_{x \to 1^{\pm}} f(x) = \pm\infty$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty .$$

Asintoti obliqui $y = mx + q$. $m = \lim_{x \to \infty} \dfrac{x(x+2)}{x(x-1)} = 1$

$$q = \lim_{x \to \infty} \frac{x(x+2)}{x-1} - x = \lim_{x \to \infty} \frac{2x}{x-1} = 2$$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x-1)^2} \qquad f'(x) = 0 \qquad x = 1 \pm \sqrt{3}$$

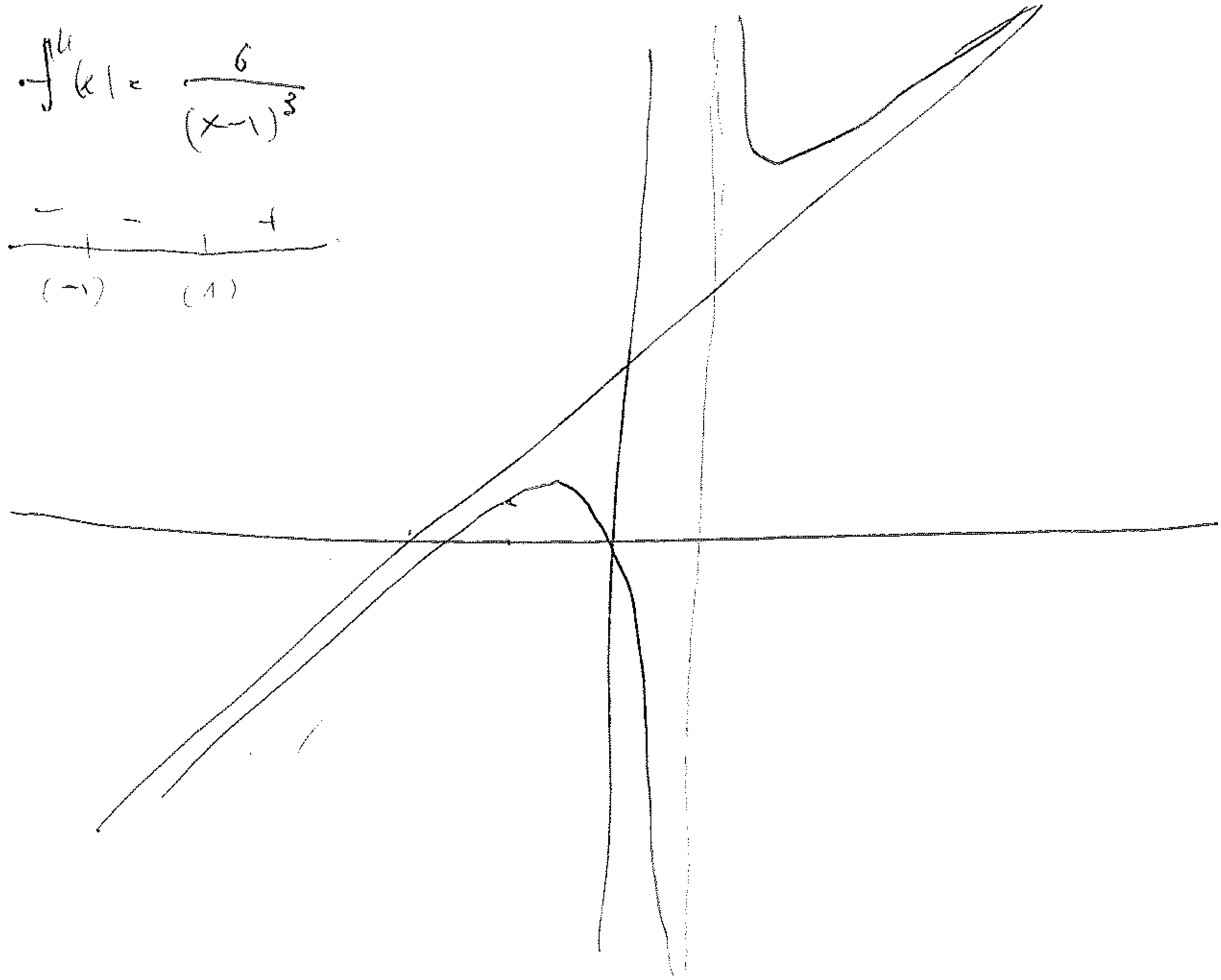
Segno di $f'(x)$: $+$ | (-1) | $+$ | $1-\sqrt{3}$ | $-$ | (1) | $-$ | $1+\sqrt{3}$ | $+$

max relativo nel punto $x = 1 - \sqrt{3}$

min " " $x = 1 + \sqrt{3}$

$$f''(x) = \frac{6}{(x-1)^3}$$

$$\begin{array}{ccccc} - & & - & & + \\ \hline & (-1) & & (1) & \end{array}$$



(8) La probabilità dell'evento cercato è

$$P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{31}{72}$$

Detto D l'evento precedente, concludiamo

$$P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C} \mid D) = \frac{\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{31}{72}} = \frac{6}{31}$$