

Corso di Laurea Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni
Prova in itinere di Matematica secondo corso del 3-6-2015
prof. Paolo Papi

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Istruzioni: La prova deve essere svolta individualmente in due ore; non si possono consultare testi o dispense né usare calcolatrici. Svolgere gli esercizi in tutti i dettagli di seguito al testo, riportando il risultato finale (quando richiesto) nella parte sottostante; se necessario utilizzare il retro del foglio. Consegnare solo questo blocco di fogli.

1. 1)

2)

2. 1)

2)

3. 1)

2)

4.

$y(x) =$

5. 1)

Esercizio 1. (8 punti). Calcolare i seguenti limiti

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos(\sqrt{3}x)) \sin^2(x)}{x^3 \log(1+x)}, \quad 2) \lim_{x \rightarrow 1^+} (e^{\frac{1}{\log(x)}} - e^{\frac{1}{x-1}}).$$

Esercizio 2. (6 punti). Determinare la convergenza delle seguenti serie

$$1) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n}, \quad 2) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n} - \log \frac{n+1}{n} \right).$$

Esercizio 3. . 1) (6 punti) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{x+2}{x^4+x^2} dx.$$

Esercizio 4. (7 punti) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 6y' = x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 5.

1. (3 punti). Discutere la convergenza dell'integrale improprio $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^a} dx$ al variare di $a \in \mathbb{R}$.
2. (4 punti). Dimostrare che se n è dispari si può calcolare $\int x^n e^{-x^2} dx$ in termini di funzioni elementari mentre se n è pari si può calcolare $\int x^n e^{-x^2} dx$ in termini di funzioni elementari e dell'integrale $\int e^{-x^2} dx$.