

Corso di Laurea Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni
 Prova in itinere di Matematica secondo corso del 24-4-2014
Proff. Alessandra Faggionato e Paolo Papi

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Istruzioni: La prova deve essere svolta individualmente in due ore e mezzo; non si possono consultare testi o dispense né usare calcolatrici. Per la prima parte, scrivere di seguito, sotto il numero che indica la domanda, il NUMERO corrispondente alle risposte esatte (che possono essere più di una); scrivere \emptyset se nessuna risposta è esatta. Per ogni domanda viene attribuito un punto se la soluzione indicata dallo studente è corretta, 0 punti se lo studente non ha indicato alcuna soluzione e -0,5 punti se la soluzione indicata dalla studente è errata. Per la seconda parte, svolgere gli esercizi in tutti i dettagli. La seconda parte sarà corretta solo se lo studente avrà riportato nella prima un punteggio non inferiore a 5. Consegnare solo questo blocco di fogli.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Domanda 1. Il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(\pi n)n^{\frac{16}{7}}}{(n^2 + 2)(n^{\frac{1}{7}} - 1)}$

1. vale $+\infty$;
2. non esiste;
3. vale $1/7$.

Domanda 2. $\sum_{k=1}^n \binom{n}{k}$

1. vale 2^n ;
2. è il numero di sottoinsiemi di un insieme con n elementi;
3. vale $2^n - 1$.

Domanda 3. Sia $E = (\mathbb{Z} \setminus \{0\}) \cup \{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 2\}$. Allora

1. E non ha punti di accumulazione;
2. E è chiuso;
3. nessun punto di accumulazione di E appartiene ad E .

Domanda 4. Il dominio naturale della funzione $f(x) = \sqrt{\sin(x)}$ è

1. chiuso e limitato;
2. finito;
3. unione di intervalli.

Domanda 5. Siano m, n interi positivi. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(mx)}{nx}$

1. vale m/n ;
2. vale $m/2n$;
3. vale 0 per ogni m, n .

Domanda 6. Sia $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione tale che $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$. Allora

1. $f(1) = 3$;
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(1 + 1/n) = 3$;
3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(1 + 1/n) = f(1)$.

Domanda 7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione che ha un massimo relativo in x_0 . Allora

1. $f'(x_0) = 0$;
2. $f(x_0) > f(x) \forall x \in \mathbb{R}$;
3. $\exists \delta > 0 : f(x_0) \geq f(x) \forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$;

Domanda 8. Sia $f(x) = 3x + \frac{x}{\log(x)}$. Allora:

1. $y = 3$ è un asintoto;
2. $y = 3x$ è un asintoto;
3. f non ha asintoti.

Domanda 9. Sia $f(x) = |x|(3 - \cos(x))$. Allora:

1. f ha un minimo assoluto in 0;
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ non esiste;
3. $y = x$ è un asintoto a $+\infty$.

Domanda 10. La derivata prima di $f(x) = e^{\sin(e^x)}$ è

1. $e^{\sin(e^x)}$
2. $\cos(e^x)e^{\sin(e^x)}$;
3. $e^x \cos(e^x)e^{\sin(e^x)}$.

Domanda 11. Sia a_n una successione tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$. Allora

1. a_n è definitivamente decrescente;
2. a_n ha infiniti termini negativi ;
3. $\forall M > 0, \exists n_0 : a_n < -M \forall n > n_0$.

Domanda 12. Un esempio di funzione continua non derivabile in $x = 0$ è dato da

1. $f(x) = x|x|$;
2. $f(x) = x/|x|$;
3. $f(x) = |x|$.

Esercizio 1. (6 punti) Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 \log(1 + e^{-5x})$

Esercizio 2. (6 punti) Studiare la continuità in 2 della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{a}{(x-2)^4}} & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases}$$

al variare del parametro reale a , classificando il tipo di discontinuità.

Esercizio 3. (8 punti) Per la funzione

$$f(x) = x^2\sqrt{1-x}$$

specificare: dominio naturale, asintoti, punti di estremo relativo e loro natura, intervalli di crescita, intervalli di convessità. Tracciare un grafico approssimativo di f .

