

Prova scritta di Matematica secondo corso
Prof. Paolo Papi
21 gennaio 2014

1)

Studiare la convergenza delle seguenti serie:

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k^2 + 3e^{-k}}{k^4 + 2}, \quad \sum_{k=1}^{+\infty} 5^k \operatorname{sen} \left(\frac{1}{k!} \right).$$

2)

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{sen}(x) \left(\operatorname{sen} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2}{\log \left(1 + \frac{1}{x} \right)}.$$

3)

Determinare i valori di a , b e c affinché sia continua e derivabile la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{b - \cos(x)}{x} & \text{se } x > 0, \\ \operatorname{sen}(ax) + c & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

4)

Data la funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{6(x-1)}{x^2+3} \right),$$

determinarne l'insieme di definizione, il segno e gli eventuali zeri, i limiti agli estremi dell'insieme di definizione (e gli eventuali asintoti), la derivata, gli intervalli di crescita e decrescenza, eventuali massimi e minimi. Tracciare inoltre un grafico approssimativo della funzione.

5)

Calcolare l'integrale

$$\int \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx.$$