

Prova scritta di Matematica secondo corso
Prof. Paolo Papi
11 febbraio 2014

1)

Studiare la convergenza della seguenti serie (la seconda al variare del parametro reale α)

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \left(\sqrt[3]{1 - \frac{3}{k^2}} - 1 \right) \sqrt{k}, \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n} - 2n \right)^\alpha$$

2)

Determinare i valori del parametro reale α per cui esiste finito il limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \left(\log\left(1 + \frac{3}{x^2}\right) - 3 \sin \frac{1}{x^2} \right)$$

3)

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \log\left(1 + \frac{3}{x^2}\right)}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

4)

Data la funzione

$$f(x) = \frac{2 - x}{1 + \log |x - 2|}$$

determinarne l'insieme di definizione, il segno e gli eventuali zeri, i limiti agli estremi dell'insieme di definizione (e gli eventuali asintoti), la derivata, gli intervalli di crescita e decrescenza, eventuali massimi e minimi. Tracciare inoltre un grafico approssimativo della funzione.

5)

Calcolare gli integrali

$$\int_0^1 \frac{x^2}{4 - x^2} dx, \quad \int_{-1}^1 \frac{x^2}{(2 + x)(2 - |x|)} dx$$