

# Corso di Elementi di matematica e calcolo delle probabilità

Prof. Paolo Papi

Prova di Esame del 29 maggio 2012

Non si possono utilizzare testi o dispense. Il tempo a disposizione è di due ore. Gli esercizi da 1 a 6 valgono tre punti ciascuno, gli esercizi 7 e 8 sei punti ciascuno. Per gli esercizi da 1 a 6 scrivere la risposta nell'apposito spazio della pagina successiva. Svolgere gli esercizi 7 e 8 nelle pagine seguenti.

**Esercizio 1.** (Epigramma dell'Antologia Palatina). Quella che vedi è la tomba di Diofanto, sepoltura degna di nota: con arte dice le misure della sua vita. La sesta parte della vita Dio gli concesse per la giovinezza. Dopo un altro dodicesimo le sue guance erano barbute. Dopo un altro settimo accese la face di Imene, e nel quinto anno accolse un figlio<sup>1</sup>. Ahimé, figlio caro ma sfortunato, metà degli anni del padre aveva quando gelido il fato lo colse. Consolò il proprio dolore nei quattro anni restanti. Di', da questa disposizione di numeri, la misura della sua vita.

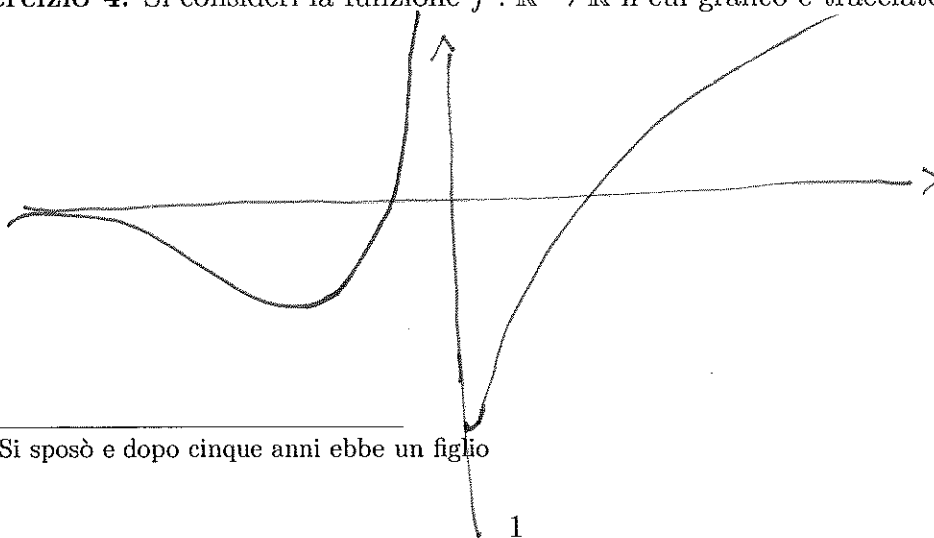
**Esercizio 2.** Determinare il dominio naturale della funzione

$$f(x) = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x^2-3x+2}}$$

**Esercizio 3.** Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+2x-3x^3}{7(1-5x)(1-3x)(x-2)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \log(x)(e^x - 1).$$

**Esercizio 4.** Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  il cui grafico è tracciato sotto.



<sup>1</sup>Si sposò e dopo cinque anni ebbe un figlio

Rispondere alle seguenti domande

- a).  $f$  è crescente ?
- b).  $f'(x) \geq 0$  per  $x > 0$  ?
- c).  $f''(x) \geq 0$  per  $x > 0$  ?
- d).  $f$  è iniettiva ?  $f$  è suriettiva ?
- e).  $f|_{[0,+\infty)} : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  è invertibile ?

**Esercizio 5.** Determinare la probabilità di un evento se  $a$  il suo verificarsi e  $b$  il suo non verificarsi.

**Esercizio 6.** In una scatola A vi sono 16 pezzi difettosi e 4 buoni, in una scatola B vi sono 5 buoni e 8 difettosi. Supponiamo di lanciare un dado. Se esce 1 o 2 prendo un pezzo da A; se non escono 1 o 2 (cioè escono 3 o 4 o 5 o 6) prendo un pezzo da B. Qual'è la probabilità di estrarre un pezzo difettoso?

**Esercizio 7.** Tracciare il grafico della funzione  $f(x) = -x^2 + \frac{5}{3}x^3 - x^4 + \frac{1}{5}x^5$ .

**Esercizio 8.** Su dieci ragazze tre hanno gli occhi blu; ne vengono scelte a caso due. Determinare:

- a) la probabilità che entrambe abbiano gli occhi blu;
- b) la probabilità che nessuna abbia gli occhi blu;
- c) la probabilità che almeno una abbia gli occhi blu.

Risposta all'esercizio 1.

---

Risposta all'esercizio 2.

---

Risposta all'esercizio 3.

---

Risposta all'esercizio 4.

---

Risposta all'esercizio 5.

---

Risposta all'esercizio 6.

---