

Corso di Laurea Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni
Prova in itinere di Matematica secondo corso del 24-4-2014
Proff. Alessandra Faggionato e Paolo Papi

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Istruzioni: La prova deve essere svolta individualmente in due ore e mezzo; non si possono consultare testi o dispense né usare calcolatrici. Per la prima parte, scrivere di seguito, sotto il numero che indica la domanda, il NUMERO corrispondente alle risposte esatte (che possono essere più di una); scrivere \emptyset se nessuna risposta è esatta. Per ogni domanda viene attribuito un punto se la soluzione indicata dallo studente è corretta, 0 punti se lo studente non ha indicato alcuna soluzione e -0,5 punti se la soluzione indicata dalla studente è errata. Per la seconda parte, svolgere gli esercizi in tutti i dettagli. La seconda parte sarà corretta solo se lo studente avrà riportato nella prima un punteggio non inferiore a 5. Consegnare solo questo blocco di fogli.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Domanda 1. Un esempio di funzione continua non derivabile in $x = 0$ è dato da

1. $f(x) = -x/|x|$;
2. $f(x) = 3x|x|$;
3. $f(x) = |x|$.

Domanda 2. Siano m, n interi positivi. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(mx)}{nx}$

1. vale 0 per ogni m, n ;
2. vale m/n ;
3. vale $m/2n$.

Domanda 3. Il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(\pi n)n^{\frac{17}{7}}}{(n^2 + 2)(n^{\frac{2}{7}} - 3)}$

1. non esiste;
2. vale $+\infty$;
3. vale $1/7$.

Domanda 4. La derivata prima di $f(x) = e^{\cos(e^x)}$ è

1. $e^{\cos(e^x)}$;
2. $-e^x \sin(e^x)e^{\cos(e^x)}$;
3. $-\sin(e^x)e^{\cos(e^x)}$.

Domanda 5. Il dominio naturale della funzione $f(x) = \sqrt{\cos(x)}$ è

1. finito;
2. chiuso e limitato;
3. unione di intervalli.

Domanda 6. Sia $f : [-7, 10] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione tale che $\lim_{x \rightarrow 8} f(x) = 4$. Allora

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(8 + 1/n) = 4$;
2. $f(8) = 4$;
3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(8 + 1/n) = f(8)$.

Domanda 7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione che ha un minimo relativo in x_0 . Allora

1. $f(x_0) \leq f(x) \forall x \in \mathbb{R}$;
2. $\exists \delta > 0 : f(x_0) \leq f(x) \forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$;
3. $f'(x_0) = 0$.

Domanda 8. $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k}$

1. vale 2^n ;
2. è il numero di sottoinsiemi di un insieme con n elementi;
3. vale $2^n - 1$.

Domanda 9. Sia $f(x) = 2|x|(2 - \sin(x))$. Allora:

1. f ha un minimo assoluto in 0;
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ non esiste;
3. $y = 2x$ è un asintoto a $+\infty$.

Domanda 10. Sia a_n una successione tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$. Allora

1. a_n ha infiniti termini positivi ;
2. a_n è definitivamente crescente;
3. $\forall M > 0, \exists n_0 : a_n > M \forall n > n_0$.

Domanda 11. Sia $f(x) = 4x + \frac{x}{\log(x+1)}$. Allora:

1. $y = 4$ è un asintoto;
2. $y = 4x$ è un asintoto;
3. f non ha asintoti.

Domanda 12. Sia $E = (\mathbb{Z} \setminus \{1\}) \cup \{1 + \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 2\}$. Allora

1. E è chiuso;
2. E non ha punti di accumulazione;
3. nessun punto di accumulazione di E appartiene ad E .

Esercizio 1. (6 punti) Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{1000} \log(1 + 5^{-x})$

Esercizio 2. (6 punti) Studiare la continuità in 6 della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 3^{\frac{a}{(x-6)^5}} & x \neq 6 \\ 0 & x = 6 \end{cases}$$

al variare del parametro reale a , classificando il tipo di discontinuità.

Esercizio 3. (8 punti) Per la funzione

$$f(x) = x^2\sqrt{x+1}$$

specificare: dominio naturale, asintoti, punti di estremo relativo e loro natura, intervalli di crescita, intervalli di convessità. Tracciare un grafico approssimativo di f .