

Esercitazione di Matematica secondo corso

Prof. Paolo Papi

1 aprile 2015

1) Calcolare i seguenti limiti di successione

$$(1) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 - 2}{n^2 + 4} \right)^{n^2}$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n(n^2 + n + 2)}{n^4(e^n + e^{-n})}$$

2)

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{sen}(x) \left(\operatorname{sen} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2}{\log \left(1 + \frac{1}{x} \right)}.$$

3)

Determinare i valori di a , b e c affinché sia continua e derivabile la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{b - \cos(x)}{x} & \text{se } x > 0, \\ \operatorname{sen}(ax) + c & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

4)

Data la funzione

$$f(x) = x(2 \log x - \log^3 x),$$

determinarne l'insieme di definizione, la derivata, gli intervalli di crescita e decrescenza, eventuali massimi e minimi.

5)

- (1) Si consideri la seguente affermazione: se a_n è una successione convergente a -1 , risulta $a_n > 0$ per al più un numero finito di indici. Dimostrarla se vera o dare un controesempio se è falsa.
- (2) Sia f una funzione continua su \mathbb{R} tale che $f(x) = 0$ se $x \in \mathbb{Q}$. Dimostrare che f è identicamente nulla.
- (3) Sia f una funzione derivabile su \mathbb{R} . Dimostrare che se f è pari allora f' è dispari.