

Prova di *Matematica secondo corso* per la Laurea in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni
Esame del 24/09/2014, proff. Alessandra Faggionato e Paolo Papi.

Tempo a disposizione: 3 ore; non si possono usare testi, appunti o calcolatrici.

NOME

COGNOME

MATRICOLA

PRIMA PARTE

E' necessario risolvere correttamente almeno quattro esercizi.

QUESITO 1. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^{14/15}}$. Vale la seguente proprietà:

- La serie diverge a $+\infty$.
- La serie è indeterminata.
- La serie converge.

QUESITO 2. Si consideri il limite $\lim_{x \rightarrow 0} 4x \left(\sin \frac{1}{3x} + \cos \frac{1}{6x} \right)$. Vale la seguente proprietà:

- Il limite non esiste.
- Il limite vale $+\infty$.
- Il limite vale $2/3$.
- Il limite vale $4/3$.
- Il limite vale 0.

QUESITO 3. Calcolare l'integrale $\int_0^{\pi/3} x^2 \sin x \, dx$.

Indicare solo la soluzione finale:.....

QUESITO 4. Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \frac{2x}{x^4+1} + 4^x$ definita per $x \in \mathbb{R}$.

Indicare solo la soluzione finale:.....

QUESITO 5. Si consideri l'equazione differenziale $x''(t) = x(t)$ con condizioni iniziali $x(0) = x'(0) = 1$. Vale la seguente proprietà:

- Il problema non ha soluzione.
- Il problema ha un'unica soluzione.
- Il problema ha infinite soluzioni.

QUESITO 6. Determinare l'integrale indefinito della funzione $\frac{x-2}{x-1}$.

Indicare solo la soluzione finale:.....

SECONDA PARTE

Risolvere i problemi che seguono e rispondere alla domanda teorica, riportando lo svolgimento nella parte bianca del foglio (eventualmente usare il retro del foglio).

PROBLEMA 1 Determinare se la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \leq 0, \\ 1 - 3^{-\frac{1}{x}} & \text{per } x > 0, \end{cases}$$

è continua o discontinua in $x = 0$, giustificando la risposta. Nel caso di discontinuità, indicarne il tipo.

PROBLEMA 2 Calcolare l'integrale indefinito $\int \frac{e^x}{e^{2x}-3e^x+2} dx$.

PROBLEMA 3 Studiare il grafico della funzione $f(x) = x + 2 + \frac{x}{x^2-5}$.

QUESITO TEORICO

- (1) Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.
- (2) Definire la serie geometrica e discutere quando è convergente, divergente, indeterminata.