

Prova di *Matematica secondo corso* per la Laurea in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni  
Esame del 24/09/2014, proff. Alessandra Faggionato e Paolo Papi.

Tempo a disposizione: 3 ore; non si possono usare testi, appunti o calcolatrici.

NOME

COGNOME

MATRICOLA

**PRIMA PARTE**

E' necessario risolvere correttamente almeno quattro esercizi.

**QUESITO 1.** Si consideri la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^{19/15}}$ . Vale la seguente proprietà:

- La serie diverge a  $+\infty$ .
- La serie è indeterminata.
- La serie converge.

**QUESITO 2.** Si consideri il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} 2x \left( \sin \frac{1}{3x} + \cos \frac{1}{3x} \right)$ . Vale la seguente proprietà:

- Il limite non esiste.
- Il limite vale  $+\infty$ .
- Il limite vale  $2/3$ .
- Il limite vale  $4/3$ .
- Il limite vale 0.

**QUESITO 3.** Calcolare l'integrale  $\int_0^{\pi/2} x^2 \sin x \, dx$ .

Indicare solo la soluzione finale:.....

**QUESITO 4.** Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = \frac{2x}{x^2+1} + 3^x$  definita per  $x \in \mathbb{R}$ .

Indicare solo la soluzione finale:.....

**QUESITO 5.** Si consideri l'equazione differenziale  $x''(t) = x(t)$  con condizione iniziale  $x(0) = 1$ . Vale la seguente proprietà:

- Il problema non ha soluzione.
- Il problema ha un'unica soluzione.
- Il problema ha infinite soluzioni.

**QUESITO 6.** Determinare l'integrale indefinito della funzione  $\frac{x+2}{x+1}$ .

Indicare solo la soluzione finale:.....

## SECONDA PARTE

Risolvere i problemi che seguono e rispondere alla domanda teorica, riportando lo svolgimento nella parte bianca del foglio (eventualmente usare il retro del foglio).

**PROBLEMA 1** Determinare se la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita come

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \leq 0, \\ 1 - 3^{-\frac{1}{x}} & \text{per } x > 0, \end{cases}$$

è continua o discontinua in  $x = 0$ , giustificando la risposta. Nel caso di discontinuità, indicarne il tipo.

**PROBLEMA 2** Calcolare l'integrale indefinito  $\int \frac{e^x}{e^{2x}-3e^x+2} dx$ .

**PROBLEMA 3** Studiare il grafico della funzione  $f(x) = x + 2 + \frac{x}{x^2-5}$ .



**QUESITO TEORICO**

- (1) Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.
- (2) Definire la serie geometrica e discutere quando è convergente, divergente, indeterminata.