

Prova di *Matematica secondo corso* per la Laurea in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni  
Esame del 19/06/2014, proff. Alessandra Faggionato e Paolo Papi.

Tempo a disposizione: 3 ore; non si possono usare testi, appunti o calcolatrici.

NOME

COGNOME

MATRICOLA

### PRIMA PARTE

E' necessario risolvere correttamente almeno quattro esercizi.

**QUESITO 1.** Si consideri la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} 5 \left(\frac{2}{3}\right)^n$ . Vale la seguente proprietà:

- La serie diverge a  $+\infty$ .
- La serie è indeterminata.
- La serie converge a 10.
- La serie converge a 15.

**QUESITO 2.** Si consideri la successione  $a_n = -\sqrt{n^2 + n} + \sqrt{n^2 + 1}$ . Vale la seguente proprietà:

- La successione diverge per  $n \rightarrow +\infty$ .
- La successione converge a  $1/2$  per  $n \rightarrow +\infty$ .
- La successione non ha limite per  $n \rightarrow +\infty$ .
- La successione converge a  $-1/2$  per  $n \rightarrow +\infty$ .

**QUESITO 3.** Calcolare l'integrale  $\int_0^{\pi/3} \frac{\sin x}{(\cos x)^3} dx$ .

Indicare solo la soluzione finale:.....

**QUESITO 4.** Calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{7}{x^2}\right)^{-(x+2)^2}$ .

Indicare solo la soluzione finale:.....

**QUESITO 5.** Si consideri il problema di Cauchy  $x'(t) = 7x(t) + \cos t$  con condizione iniziale  $x(0) = 1$ . Vale la seguente proprietà:

- Il problema non ha soluzione.
- Il problema ha un'unica soluzione.
- Il problema ha infinite soluzioni.

**QUESITO 6.** Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = x^2 \sin x - x^{1/3}$  definita per  $x \in (0, +\infty)$ .

Indicare solo la soluzione finale:.....

## SECONDA PARTE

Risolvere i problemi che seguono e rispondere alla domanda teorica, riportando lo svolgimento nella parte bianca del foglio (eventualmente usare il retro del foglio).

**PROBLEMA 1** Studiare il grafico della funzione  $f(x) = x^3/(x^2 - 3x + 2)$ .

**PROBLEMA 2** Calcolare l'integrale indefinito  $\int \frac{x^4+4x^3+8x^2+3x-2}{x^2+4x+8} dx$

**PROBLEMA 3** Determinare i valori dei parametri  $\alpha$  e  $\beta$  per cui converge l'integrale improprio  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha(5+8x)^{\beta+1}} dx$ .

**QUESITO TEORICO**

- (1) Dare la definizione di funzione continua in un punto  $x_0$  interno all'insieme di definizione della funzione.
- (2) Dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.