

Prova di *Matematica secondo corso* per la Laurea in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni
Esame del 19/06/2014, proff. Alessandra Faggionato e Paolo Papi.

Tempo a disposizione: 3 ore; non si possono usare testi, appunti o calcolatrici.

NOME

COGNOME

MATRICOLA

PRIMA PARTE

E' necessario risolvere correttamente almeno quattro esercizi.

QUESITO 1. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{\infty} 4 \left(\frac{2}{3}\right)^n$. Vale la seguente proprietà:

- La serie diverge a $+\infty$.
- La serie è indeterminata.
- La serie converge a 8.
- La serie converge a 12.

QUESITO 2. Si consideri la successione $a_n = \sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 + 1}$. Vale la seguente proprietà:

- La successione diverge per $n \rightarrow +\infty$.
- La successione converge a 1 per $n \rightarrow +\infty$.
- La successione non ha limite per $n \rightarrow +\infty$.
- La successione converge a $1/2$ per $n \rightarrow +\infty$.

QUESITO 3. Calcolare l'integrale $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{(\cos x)^3} dx$.

Indicare solo la soluzione finale:.....

QUESITO 4. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{5}{x^2}\right)^{-(x+1)^2}$.

Indicare solo la soluzione finale:.....

QUESITO 5. Si consideri il problema di Cauchy $x'(t) = 7x(t) + \sin t$ con condizione iniziale $x(0) = 1$. Vale la seguente proprietà:

- Il problema non ha soluzione.
- Il problema ha un'unica soluzione.
- Il problema ha infinite soluzioni.

QUESITO 6. Calcolare la derivata della funzione $f(x) = x^2 \cos x - x^{1/3}$ definita per $x \in (0, +\infty)$.

Indicare solo la soluzione finale:.....

SECONDA PARTE

Risolvere i problemi che seguono e rispondere alla domanda teorica, riportando lo svolgimento nella parte bianca del foglio (eventualmente usare il retro del foglio).

PROBLEMA 1 Studiare il grafico della funzione $f(x) = x^3/(x^2 - 3x + 2)$.

PROBLEMA 2 Calcolare l'integrale indefinito $\int \frac{x^4+4x^3+8x^2+3x-2}{x^2+4x+8} dx$

PROBLEMA 3 Determinare i valori dei parametri α e β per cui converge l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha(5+8x)^{\beta+1}} dx$.

QUESITO TEORICO

- (1) Dare la definizione di funzione continua in un punto x_0 interno all'insieme di definizione della funzione.
- (2) Dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.