

Prova di *Matematica secondo corso* per la Laurea in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni
Esame del 9/07//2014, proff. Alessandra Faggionato e Paolo Papi.

Tempo a disposizione: 3 ore; non si possono usare testi, appunti o calcolatrici.

NOME

COGNOME

MATRICOLA

PRIMA PARTE

E' necessario risolvere correttamente almeno quattro esercizi.

QUESITO 1. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log n)^2}{2n^2+1}$

- diverge a $+\infty$;
- è indeterminata;
- converge;
- converge assolutamente ma non semplicemente.

QUESITO 2. Si consideri la successione $a_n = \sin(n^4)/n^4$. Vale la seguente proprietà:

- La successione diverge per $n \rightarrow +\infty$.
- La successione converge a 1 per $n \rightarrow +\infty$.
- La successione non ha limite per $n \rightarrow +\infty$.
- La successione converge a 0 per $n \rightarrow +\infty$.

QUESITO 3. Calcolare il polinomio di MacLaurin di $e^{\sin(5x^2)}$ all'ordine 6.

Indicare solo la soluzione finale:.....

QUESITO 4. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x-12}{\sin(2\pi x)}$.

Indicare solo la soluzione finale:.....

QUESITO 5. L'integrale $\int_0^3 \frac{e^x \log(1+e^x)}{1+e^x} dx$ vale

- $1/2(\log^2(1+e^3) - \log^2(2))$;
- $1/4(\log(1+e^3) - \log(2))$;
- 1.

QUESITO 6. Calcolare la derivata della funzione $f(x) = (x^3)^{\sin(x)}$ definita per $x > 0$.

Indicare solo la soluzione finale:.....

SECONDA PARTE

Risolvere i problemi che seguono e rispondere alla domanda teorica, riportando lo svolgimento nella parte bianca del foglio (eventualmente usare il retro del foglio).

PROBLEMA 1 Studiare il grafico della funzione $f(x) = xe^{\frac{1}{x-1}}$.

PROBLEMA 2 Calcolare l'integrale indefinito $\int \frac{4x^2+5x+6}{x^2+2x+2} dx$

PROBLEMA 3 Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

QUESITO TEORICO

- (1) Dare un esempio di successione positivamente divergente ma non definitivamente crescente.
- (2) Enunciare e dimostrare il criterio del confronto per serie a termini positivi. Enunciare, senza dimostrare, i criteri della radice e del rapporto per serie a termini positivi.